

**ВІДОКРЕМЛЕНИЙ СТРУКТУРНИЙ ПІДРОЗДІЛ
КИЇВСЬКИЙ ФАХОВИЙ КОЛЕДЖ МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА
ТАВРІЙСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
ІМЕНІ В.І. ВЕРНАДСЬКОГО**

Циклова комісія комп'ютерно-інтегрованих технологій

ЗАТВЕРДЖУЮ

Заступник директора з навчальної-виховної роботи

_____ Л. А. Пустовойт

«30» серпня 2023 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

НЗП01.17 Теорія ймовірності та математичної статистики

підготовки фахових молодших бакалаврів

**освітньо-професійної програми Обслуговування комп'ютерних систем і
мереж**

галузі знань 12 Інформаційні технології

спеціальності 123 Комп'ютерна інженерія

відділення екології, комп'ютерних систем та автоматизації

Київ – 2023 рік

Робоча програма «Теорія ймовірності та математична статистика»
(назва навчальної дисципліни)
для підготовки фахових молодших бакалаврів за освітньо-професійною
програмою Обслуговування комп'ютерних систем і мереж для студентів 4 курсу
галузі 12 Інформаційні технології спеціальності 123 Комп'ютерна інженерія
розроблена на основі Навчальної програми.

РОЗРОБНИКИ:

Казмірчук О.І., викладач вищої категорії, старший вчитель

Силенок Г.А., кандидат педагогічних наук, викладач вищої категорії

Робочу програму схвалено на засіданні циклової комісії: фундаментальних
дисциплін

Протокол № 1 від « 27 » _____ серпня _____ 2023_р.

Голова циклової комісії _____



Л.М. Глушко

(ініціали та прізвище)

Розглянуто і рекомендовано до затвердження навчально-методичною радою
коледжу

Протокол № 1 від «30» серпня _____ 2023 р.

Голова НМР: _____



Аліна МАРКОВА

ЗМІСТ

1. Пояснювальна записка	4
2. Навчально-тематичний план дисципліни	7
3. Календарно-тематичний план дисципліни	8
4. Теми і плани лекційних занять	10
5. Теми і плани практичних занять	15
6. Теми і плани для самостійної роботи	17
7. Методи активізації навчального процесу	20
8. Система поточного і підсумкового контролю знань	22
9. Критерії оцінювання результатів навчання студентів	23
10. Рекомендована література	24
11. Додатки	26
12. Питання до заліку	29

1. ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Актуальність даної програми сьогодні.

Навчальний курс з теорії ймовірностей та математичної статистики передбачає виклад математичних основ і положень теорії ймовірностей та статистики. Він охоплює матеріал, який є теоретичною основою викладання багатьох економічних, соціологічних та спеціальних дисциплін, які використовуються в багатьох галузях науки і техніки.

Мета дисципліни – опанувати основи теорії, виробити ймовірнісно-статистичне мислення та інтуїцію, сформувати навички побудови ймовірнісних моделей дослідження та розв’язування відповідних задач. А також формування у майбутніх фахівців повноцінних теоретичних знань та практичних навичок по застосуванню ймовірнісно-статистичних методів для оцінки стохастичних процесів.

Завдання дисципліни:

- оволодіння основними поняттями теорії ймовірностей та математичної статистики (такими як випадковий експеримент, випадкові події, ймовірнісні випадкові події, випадкові величини, функції розподілу та щільності розподілу випадкових величин, статистичні дані, параметри розподілів),

Програма складена відповідно до Освітньо-професійної програми підготовки фахового молодшого бакалавра. Процес вивчення дисципліни спрямований на формування елементів наступних компетентностей:

а) загальні компетентності (КЗ):

КЗ3. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

КЗ4. Здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово.

КЗ5. Здатність спілкуватися іноземною мовою.

КЗ7. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел та практичного її застосування.

КЗ8. Здатність вчитися і бути сучасно навченим.

б) спеціальні (фахові) компетентності (СК):

КФ2. Здатність використовувати професійно-орієнтовані знання в галузі математики при розв'язанні прикладних і наукових завдань в області комп'ютерної інженерії.

КФ3. Розуміння закономірностей випадкових явищ і вміння застосовувати ймовірносно-статистичні методи для вирішення професійних завдань.

КФ4. Здатність до використання сучасних методів побудови та аналізу ефективних алгоритмів, основ теорії чисельних методів, і вміння їх реалізувати в конкретних застосуваннях.

КФ5. Розуміння теоретичних (логічних та арифметичних) основ побудови сучасних комп'ютерів і вміння їх застосовувати при вирішенні професійних завдань.

КФ11. Здатність до ділових комунікацій у професійній сфері, знання основ ділового спілкування, навички роботи в команді.

КФ14. Здатність аргументувати вибір методів розв'язування спеціалізованих задач, критично оцінювати отримані результати, обґрунтовувати прийняті рішення.

Очікувані результати навчання.

РН1. Знати способи аналізу, синтезу та подальшого сучасного навчання.

Вміти проводити аналіз інформації, приймати обґрунтовані рішення, вміти придбати сучасні знання. Встановлювати відповідні зв'язки для досягнення цілей. Нести відповідальність за своєчасне набуття сучасних знань.

РН6. Мати досконалі знання державної мови та базові знання іноземної мови.

Вміти застосовувати знання державної мови, як усно так і письмово, вміти спілкуватись іноземною мовою. Використовувати при фаховому та діловому спілкуванні та при підготовці документів державну мову. Використовувати іноземну мову у професійній діяльності.

РН11. Володіти базовими знаннями фундаментальних наук, в обсязі, необхідному для освоєння навчальних дисциплін професійної підготовки.

PH17. Знати сучасні методи побудови та аналізу ефективних алгоритмів, основи теорії чисельних методів, вміти аналізувати, оцінювати та вибирати існуючі алгоритми, розробляти нові алгоритми, які пов'язані з проектуванням апаратних та програмних компонент КСМ.

PH22. Знати дискретні структури і вміти застосовувати сучасні методи дискретної математики для аналізу і синтезу складних систем.

Міждисциплінарні зв'язки: дисципліна «Теорія ймовірностей та математична статистика» необхідна для вивчення дисциплін «Дискретна математика», «Комп'ютерна схемотехніка», «Системне програмування», «Організація баз даних», «Основи програмної інженерії» тощо.

Навчальна дисципліна «Теорія ймовірностей та математична статистика» базується на знаннях, уміннях і навичках студентів, придбаних ними в загально-освітніх закладах, а також отриманих при вивченні циклу фундаментальних та професійно орієнтованих дисциплін. Вона забезпечує вивчення дисциплін природничо-наукового і загальноекономічного циклу, професійної та практичної підготовки.

Запропонована послідовність вивчення тем зумовлена логічною схемою формування систематичних знань, вмінь та навичок з даної дисципліни та їх практичного застосування.

Систематичну увагу необхідно приділяти розвитку у студентів навичок самостійної роботи з конспектом, підручниками, навчальними посібниками, таблицями та іншою довідковою літературою.

2. НАВЧАЛЬНО-ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН

№ теми	Назва теми	Кількість годин			
		Всього го	в тому числі		
			Л	П	СРС
Розділ 1 Теорія ймовірностей		78	20	10	48
1.1	Випадкові події та їх аналіз	32	8	4	20
1.2	Випадкові величини	26	6	4	16
1.3	Системи і функції випадкових величин	20	6	2	12
Розділ 2 Математична статистика		42	12	6	24
2.1	Математична статистика і обробка результатів вимірювань	20	6	2	12
2.2	Прикладні методи математичної статистики	22	6	4	12
Всього		120	32	16	72

3. КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

№	Тема	Форма занять, кількість годин		
		Л.	Пр.	С.р.
	Розділ 1 Теорія ймовірностей			
	Тема 1.1. Випадкові події та їх аналіз			
1.	Вступ. Основні поняття теорії ймовірностей. Випадкові події.	2		
2.	Основні операції над подіями. Властивості операцій над подіями.			4
3.	Елементи комбінаторики та їх застосування. Застосування елементів комбінаторики до розв'язування задач.	2	2	4
4.	Основні теореми теорії ймовірностей.	2		4
5.	Основні формули ймовірності подій. Розв'язування задач на застосування основних теорем теорії ймовірностей.		2	4
6.	Повторні незалежні випробування. Граничні теореми формули Бернуллі. Надійність системи. Послідовності випробувань.	2		4
	Всього по темі	8	4	20
	Тема 1.2. Випадкові величини			
7.	Одновимірні дискретні випадкові величини та їх основні закони розподілу.	2		2
8.	Одновимірні неперервні випадкові величини та їх основні закони розподілу. Закон розподілу та форми його подання: ряд розподілу, многокутник розподілу, формульне подання.	2		4
9.	Числові характеристики одновимірних випадкових величин.	2		2
10.	Розподіли дискретних випадкових величин, що найбільш часто зустрічаються.		2	4
11.	Розподіли неперервних випадкових величин, що найбільш часто зустрічаються.		2	4
	Всього по темі	6	4	16
	Тема 1.3. Системи і функції випадкових величин			
12.	Багатовимірні випадкові величини. Система двох випадкових величин.	2		4
13.	Функції випадкових величин.	2		4

№	Тема	Форма занять, кількість годин		
		Л.	Пр.	С.р.
14.	Граничні теореми теорії ймовірностей.	2		
15.	Регресія однієї випадкової величини на іншу. Властивості регресії. Коефіцієнт кореляції і його властивості.			4
16.	Контрольна робота №1.		2	
	Всього по темі	6	2	12
	Разом по розділу	20	10	48
	Розділ II Математична статистика			
	Тема 2.1. Математична статистика і обробка результатів вимірювань.			
17.	Первинне опрацювання статистичних даних: вибірковий метод.	2		2
18.	Статистичне оцінювання параметрів розподілу.	2		2
19.	Оцінки характеристик положення та характеристик розсіювання. Оцінка коефіцієнта кореляції.			4
20.	Інтервальне оцінювання параметрів розподілу. Інтервальні оцінки математичного сподівання генеральної сукупності при відомій та невідомій генеральній дисперсії. Інтервальна оцінка середнього квадратичного відхилення.	2	2	4
	Всього по темі	6	2	12
	Тема 2.2 Прикладні методи математичної статистики			
21.	Статистичні методи аналізу стохастичних залежностей: елементи дисперсійного аналізу.	2		4
22.	Статистичні методи аналізу стохастичних залежностей: елементи теорії кореляції, елементи теорії регресії.	2		4
23.	Класифікація випадкових процесів.	2	2	4
24.	Контрольна робота №2. Підсумкове заняття.		2	
	Всього по темі	6	4	12
	Разом по розділу	12	6	24
	Разом по курсу	32	16	72

4. ТЕМИ І ПЛАНИ ЛЕКЦІЙНИХ ЗАНЯТЬ

№	Назва теми	Кількість годин
	Розділ I Теорія ймовірностей	
	Тема 1.1. Випадкові події та їх аналіз	
Л-1	<p>Лекція 1. Тема: Вступ. Основні поняття теорії ймовірностей. Випадкові події.</p> <p>План:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Предмет курсу, його зміст. 2. Випадкові події та їх класифікація. 3. Операції над подіями. 4. Основні формули обчислення ймовірностей. 	2
Л-2	<p>Лекція 2. Тема: Елементи комбінаторики та їх застосування.</p> <p>План:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Основні правила комбінаторики. 2. Різні види сполук: розміщення, перестановки та сполучення. 3. Сполуки з повтореннями. 	2
Л-3	<p>Лекція 3. Тема: Основні теореми теорії ймовірностей.</p> <p>План:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Теорема додавання ймовірностей несумісних подій. 2. Залежні та незалежні події. 3. Умовна ймовірність. 4. Теорема множення ймовірностей. 5. Протилежні події. 6. Ймовірність появи хоча б однієї випадкової події. 7. Теорема додавання ймовірностей сумісних подій. 	2
Л-4	<p>Лекція 4. Тема: Повторні незалежні випробування. Граничні теореми формули Бернуллі.</p> <p>План:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Повторні незалежні випробування. 2. Формула Бернуллі та її застосування. 3. Найімовірніше число появи події. 4. Локальна та інтегральна теореми Муавра-Лапласа. 5. Локальна та інтегральна функції Лапласа. 6. Формула Пуасона для малої ймовірних випадкових подій. 	2
	Тема 1.2. Випадкові величини	
Л-5	<p>Лекція 5. Тема: Одновимірні дискретні випадкові величини та їх основні закони розподілу.</p> <p>План:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Означення випадкових величин та їх класифікація. 	2

№	Назва теми	Кількість годин
	2. Закон розподілу дискретної випадкової величини. 3. Функція розподілу дискретної випадкової величини. 4. Числові характеристики дискретних випадкових величин та їх властивості.	
Л-6	Лекція 6. Тема: Одновимірні неперервні випадкові величини та їх основні закони розподілу. План: 1. Означення неперервних випадкових величин. 2. Функція розподілу ймовірностей випадкової величини та її властивості. 3. Щільність розподілу та її властивості. 4. Числові характеристики неперервних випадкових величин та їх властивості.	2
Л-7	Лекція 7. Тема: Числові характеристики одновимірних випадкових величин. План: 1. Характеристики дискретної випадкової величини: математичне очікування, дисперсія, середнє квадратичне відхилення, початкові та центральні моменти. 2. Властивості числових характеристик дискретної випадкової величини. 3. Числові характеристики неперервних випадкових величин та їх властивості.	2
Тема 1.3. Системи і функції випадкових величин		
Л-8	Лекція 8. Тема: Багатовимірні випадкові величини. Система двох випадкових величин. План: 1. Випадкові вектори. 2. Функції розподілу багатовимірної випадкової величини. 3. Дискретні двовимірні випадкові величини. 4. Числові характеристики системи двох випадкових величин. 5. Залежні і незалежні випадкові величини. 6. Нормальний закон розподілу двовимірної випадкової величини.	2
Л-9	Лекція 9. Тема: Функції випадкових величин. План: 1. Функції дискретного випадкового аргументу та їх числові характеристики. 2. Функції неперервного випадкового аргументу та їх числові характеристики.	2

№	Назва теми	Кількість годин
	3. Функція двох випадкових аргументів. 4. Закон розподілу суми незалежних випадкових величин. 5. Щільність розподілу суми неперервних незалежних випадкових величин. 6. Розподіли (χ^2 -квадрат), Стюдента та Фішера, їх числові характеристики.	
Л-10	Лекція 10. Тема: Граничні теореми теорії ймовірностей. План: 1. Збіжність послідовностей випадкових величин за ймовірністю та майже напевно. 2. Нерівності Маркова та Чебишева. 3. Закони великих чисел та умови їх виконання. 4. Оцінювання відхилень статистичних частот за законом великих чисел Бернуллі. 5. Центральна гранична теорема. 6. Теорема Ляпунова для послідовностей незалежних однаково розподілених випадкових величин. 7. Застосування граничних теорем при формуванні теоретичної бази математичної статистики.	2
	Розділ II Математична статистика	
	Тема 2.1. Математична статистика і обробка результатів вимірювань	
Л-11	Лекція 11. Тема: Первинне опрацювання статистичних даних: вибірковий метод. План: 1. Основні положення вибіркового методу. 2. Статистичний ряд частот та відносних частот. 3. Емпірична функція розподілу. 4. Полігон та гістограма. 5. Мода і медіана. 6. Властивості емпіричної функції розподілу. 7. Властивості гістограм. 8. Груповані дані вибіркового спостереження.	2
Л-12	Лекція 12. Тема: Статистичне оцінювання параметрів розподілу. План: 1. Статистичні оцінки та їх властивості. 2. Збіжність статистичних оцінок – емпіричних характеристик за даними спостережень до теоретичних аналогів. 3. Точкові оцінки параметричної сукупності розподілів.	2

№	Назва теми	Кількість годин
	4. Обчислення вибірових характеристик: вибірове середнє та дисперсія. Їх властивості.	
Л-13	<p>Лекція 13. Тема: Інтервальне оцінювання параметрів розподілу.</p> <p>План:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Задача про інтервальне оцінювання параметрів розподілу. 2. Довірчі інтервали для математичного сподівання і дисперсії нормально розподіленої величини. 3. Побудова нормальної (Гауссової) кривої за експериментальними даними. 	2
	Тема 2.2 Прикладні методи математичної статистики	2
Л-14	<p>Лекція 14. Тема: Статистичні методи аналізу стохастичних залежностей: елементи дисперсійного аналізу.</p> <p>План:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Модель експерименту. 2. Однофакторний аналіз. 3. Таблиця результатів спостережень. 4. Загальна дисперсія, міжгрупова та внутрішньогрупова дисперсії. 5. Незміщені оцінки дисперсій. 6. Загальний метод перевірки впливу фактора на ознаку способом порівняння дисперсій. 7. Поняття про двофакторний дисперсійний аналіз. 	2
Л-15	<p>Лекція 15. Тема: Статистичні методи аналізу стохастичних залежностей: елементи теорії кореляції, елементи теорії регресії.</p> <p>План:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Функціональна, статистична і кореляційна залежності. 2. Рівняння парної регресії. Властивості статистичних оцінок параметрів парної функції регресії. 3. Вибірковий коефіцієнт кореляції та його властивості 4. Довірчий інтервал для лінії регресії. 5. Коефіцієнт детермінації. 6. Множинна регресія, визначення статистичних оцінок для параметрів лінійної множинної функції регресії. 7. Множинний коефіцієнт кореляції та його властивості. 8. Нелінійна регресія. 9. Визначення статистичних оцінок для нелінійних функцій регресії. 	2
Л-16	<p>Лекція 16. Тема: Класифікація випадкових процесів.</p> <p>План:</p>	2

№	Назва теми	Кількість годин
	1. Класифікація ВП залежно від області визначення і множини станів. 2. Випадкові послідовності. 3. Класифікація ВП залежно від закону розподілу й усереднених характеристик: стаціонарні, з незалежними приростами, без післядії (марківські), розгалужені процеси.	
	Всього годин	32

5. ТЕМИ І ПЛАНИ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

№	Назва теми	Кількість годин
	Розділ I Теорія ймовірностей	
	Тема 1.1. Випадкові події та їх аналіз	
П-1	<p>Тема: Застосування елементів комбінаторики до розв'язування задач.</p> <p>План:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Правило суми. 2. Правило добутку. 3. Розміщення без повторень. 4. Розміщення з повтореннями. 5. Перестановки без повторень. 6. Перестановки з повтореннями. 7. Комбінації та їх властивості. 8. Трикутник Паскаля. 	2
П-2	<p>Тема: Основні формули ймовірності подій.</p> <p>План:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Випадкові події. 2. Відношення та дії над подіями. 3. Властивості операцій над подіями. 4. Статистичне та класичне означення ймовірності подій. 5. Властивості ймовірності. 6. Умовні ймовірності. Теорема множення ймовірностей. 7. Формула повної ймовірності. 8. Формула ймовірності гіпотез (формула Байеса). 	2
	Тема 1.2. Випадкові величини	
П-3	<p>Тема: Розподіли дискретних випадкових величин, що найбільш часто зустрічаються.</p> <p>План:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Основні закони дискретних розподілів та їх числові характеристики: <ul style="list-style-type: none"> - вироджений, - гіпергеометричний розподіл, - від'ємний біноміальний розподіл, - розподіл Бернуллі та його перетворення, - розподіл Пуассона, геометричний розподіл. 2. Приклади застосування дискретних розподілів у практичних задачах. 	2
П-4	<p>Тема: Розподіли неперервних випадкових величин, що найбільш часто зустрічаються.</p> <p>План:</p>	2

№	Назва теми	Кількість годин
	1. Рівномірний закон розподілу ймовірностей та його числові характеристики. 2. Показниковий закон розподілу. Властивість відсутності післядії. 3. Гамма-розподіл. 4. Нормальний закон розподілу ймовірностей та його стандартне представлення. 5. Приклади застосування неперервних розподілів на практиці.	
	Тема 1.3. Системи і функції випадкових величин	
П-5	Тема: Контрольна робота №1	2
	Розділ II Математична статистика	
	Тема 2.1. Математична статистика і обробка результатів вимірювань	
П-6	Тема: Побудова за вибіркою варіаційних рядів, статистичних рядів. Знаходження точкових оцінок невідомих параметрів. Встановлення інтервальних оцінок. План: 1. Методи знаходження оцінок: метод моментів і максимальної правдоподібності. 2. Порівняння точкових оцінок. 3. Інтервальні оцінки. 4. Загальний алгоритм побудови довірчих інтервалів (інтервальних оцінок) певного рівня значущості. 5. Інтервальні оцінки для нормальної статистичної моделі.	2
	Тема 2.2 Прикладні методи математичної статистики	
П-7	Тема: Класифікація випадкових процесів. План: 1. Поняття випадкового процесу. 2. Випадкові послідовності. 3. Поняття ланцюга Маркова. Матриця переходу. 4. Однорідний ланцюг Маркова. 5. Приклад про випадкове блукання по прямій з поглинальними стінками.	2
П-8	Тема: Контрольна робота №2. Підсумкове заняття.	2
	Всього годин	16

6. ТЕМИ І ПИТАННЯ ДО САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТА

Для раціональної організації самостійної роботи студент повинен вміло розподілити свій час, передбачений навчальним планом для позааудиторної роботи. В цілому навчальний час студентів включає години, призначені для аудиторної (регламентованої) роботи (лекції, практичні заняття) та позааудиторної роботи (підготовка до практичних занять, виконання письмових вправ, написання розрахункових робіт та виконання індивідуальних завдань, доповідей, рефератів, робота з літературою в бібліотеці, пошук інформації в Інтернеті). Оскільки самостійна робота студентів не регламентується навчальним розкладом, студент повинен самостійно її планувати, в іншому випадку її ефективність буде значно нижчою. Кількість годин, передбачена для роботи над кожною темою, зазначена в тематичному плані.

Форми самостійної роботи:

- підготовка до практичних занять;
- самостійна робота з підручниками, науковою, періодичною літературою;
- пошук та опрацювання матеріалів через Інтернет;
- підготовка доповідей, презентацій;
- виконання індивідуальних завдань;
- написання розрахункових робіт;
- підготовка до заліку;
- самостійне опрацювання окремих тем курсу згідно з навчально-тематичним планом:

№	Назва теми	Кількість годин	Номер РР
	Розділ 1 Теорія ймовірностей		
	Тема 1.1. Випадкові події та їх аналіз		
С-1	Тема: Основні операції над подіями. Властивості операцій над подіями.	4	1.1.1
С-2	Тема: Елементи комбінаторики та їх застосування.	4	1.1.2
С-3	Тема: Основні теореми теорії ймовірностей.	4	1.1.3
С-4	Тема: Основні формули додавання та множення ймовірностей. Повторні незалежні випробування (схема Бернуллі)	4	1.1.4
С-5	Тема: Надійність системи. Послідовності випробувань.	4	1.1.5
	Тема 1.2. Випадкові величини		
С-6	Тема: Одномірні дискретні випадкові величини та їх основні закони розподілу. Числові характеристики одномірних випадкових величин.	2	1.2.1

№	Назва теми	Кількість годин	Номер РР
С-7	Тема: Одномірні неперервні випадкові величини та їх основні закони розподілу. Числові характеристики одномірних випадкових величин.	4	1.2.2
С-8	Тема: Числові характеристики одновимірних випадкових величин.	2	1.2.3
С-9	Тема: Розподіли дискретних випадкових величин, що найбільш часто зустрічаються.	4	1.2.4
С-10	Тема: Розподіли неперервних випадкових величин, що найбільш часто зустрічаються.	4	1.2.5
	Тема 1.3. Системи і функції випадкових величин		
С-11	Тема: Багатомірні випадкові величини. Система двох випадкових величин	4	1.3.1
С-12	Тема: Функції випадкових величин.	4	1.3.2
С-13	Тема: Регресія однієї випадкової величини на іншу. Властивості регресії. Коефіцієнт кореляції і його властивості.	4	1.3.3
	Розділ II Математична статистика		
	Тема 2.1. Математична статистика і обробка результатів вимірювань		
С-14	Тема: Вибірковий метод і оцінки чисельних характеристик розподілу	4	2.1.1
С-15	Тема: Оцінки характеристик положення та характеристик розсіяння. Оцінка коефіцієнта кореляції.	4	2.1.2
С-16	Тема: Інтервальні оцінки математичного сподівання генеральної сукупності при відомій та невідомій генеральній дисперсії.	4	2.1.3
	Тема 2.3 Прикладні методи математичної статистики		
С-17	Тема: Елементи дисперсійного аналізу.	4	2.3.1
С-18	Кореляційний і регресійний аналіз.	4	2.3.2
С-19	Класифікація випадкових процесів.	4	2.3.3
	Всього годин	72	

Для самостійної роботи студентів запропоновані «Методичні рекомендації для самостійної роботи студентів ККМГ ТНУ ім. В.І. Вернадського з дисципліни «Теорія ймовірностей та математична

статистика» для студентів спеціальності 5.05010201 «Обслуговування комп'ютерних систем і мереж».

Тематика розрахункових робіт (далі РР) та номери РР наведені у таблиці.

Перевірка РР - згідно встановленого графіка вивчення дисципліни.

Оцінка РР заноситься у навчальний журнал окремою оцінкою, РР повинна бути виконана обов'язково кожним студентом, РР оцінюється оцінками «відмінно», «добре», «задовільно», «незадовільно», РР підлягає захисту та впливає на семестрову і залікову оцінку з дисципліни.

7. МЕТОДИ АКТИВІЗАЦІЇ НАВЧАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ

Для активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів при вивченні дисципліни «Дискретна математика» застосовуються наступні методики:

Міні-лекції передбачають виклад навчального матеріалу з використанням мультимедійних засобів за короткий проміжок часу й характеризуються значною ємністю, складністю логічних побудов, образів, доказів та узагальнень. Міні-лекції, як правило, проводяться як частина заняття-дослідження.

Робота в малих групах — використовується з метою активізації роботи студентів при проведенні практичних занять. Це так звані групи психологічного комфорту, де кожен учасник відіграє свою особливу роль і певними своїми якостями доповнює інших. Використання цієї технології створює можливості для участі кожного студента в роботі за темою заняття, забезпечує формування особистісних якостей та досвіду соціального спілкування.

В процесі проведення **практичних занять** доцільно використовувати бригадний метод роботи. Студенти поділяються на **індивідуально-типологічні групи**. Всі студенти отримують аналогічні завдання, однак різним типологічним групам викладач надає різний вид допомоги з метою розвитку їх індивідуальних здібностей. Вид допомоги (надання опорного конспекту, алгоритму розв'язування завдання даного типу, визначення типових помилок в процесі розв'язування аналогічних завдань тощо) залежить від того до якої типологічної групи входить студент. Після завершення розв'язування задачі в кожній групі проходить обговорення отриманого розв'язку, допущених помилок, проводиться оцінювання результатів навчальної діяльності кожного студента.

Самостійна пізнавальна діяльність студентів, що проводиться в позаурочний час, повинна бути спрямована на розвиток творчих здібностей

студентів. З цією метою створюється комплект творчих завдань підвищеного рівня складності. В залежності від рівня підготовки студентів робота з творчими завданнями організовується індивідуально або в малих групах студентів. Студенти з високим рівнем підготовки працюють самостійно, інші студенти використовують бригадний метод роботи. Результати виконання 30 творчих завдань презентуються на практичних заняттях.

Презентації – виступи перед аудиторією – використовуються для представлення певних досягнень, результатів роботи студентів, звіту про виконання індивідуальних завдань з використанням технічних засобів.

Підсумкове заняття, що передбачає використання кейс-методу (метод аналізу конкретних ситуацій): предметна область пропонується студентами, кейс (ситуація та задачі до неї) формулюється викладачем, розробка проекту та його презентація відбувається на занятті.

Творчий проект: предметна область пропонується студентами, створення інформаційної моделі, проведення аналізу та розробка проекту відбувається поза заняттями під керівництвом викладача, презентація проекту відбувається на занятті.

Застосування таких форм організації навчально-пізнавальної діяльності студентів передбачає роботу над завданнями, що спрямовані на розвиток креативності. Тематика завдань є поглибленням або розширенням тематики програми дисципліни і має практичне підґрунтя, пов'язане з реаліями життя студента. Завдання носять або виключно проблемний характер, і тоді студент самостійно знаходить шляхи розв'язання, або містять алгоритм виконання. Але в будь-якому випадку ці завдання спрямовані не стільки на набуття якихось навичок, скільки на розвиток вміння аналізувати проблему, формалізувати її, шукати власні шляхи її вирішення за допомогою вивченого інструментарію, отримувати та аналізувати результат, проводити порівняльні характеристики тощо.

8. СИСТЕМА ПОТОЧНОГО І ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ

Для визначення рівня засвоєння студентами навчального матеріалу використовуються наступні методи оцінювання знань:

1. Поточне оцінювання

Поточне оцінювання студентів з дискретної математики проводиться безпосередньо під час навчальних занять або за результатами виконання домашніх завдань, усних відповідей, письмових робіт тощо.

2. Тематичне оцінювання

Тематичному оцінюванню підлягають основні результати вивчення теми (розділу). Тематична оцінка виставляється на підставі результатів опанування студентами матеріалу теми впродовж її вивчення з урахуванням поточних оцінок, різних видів навчальних робіт (самостійних, практичних, контрольних робіт тощо) та навчальної активності студентів.

3. Семестрове оцінювання

Семестрове оцінювання здійснюється за результатами тематичного оцінювання з урахуванням динаміки особистих навчальних досягнень студентів з предмету протягом семестру. Семестрова оцінка може підлягати коригуванню. У разі підвищення оцінки виставляється скоригована оцінка.

Підсумковий залік для студентів проводиться після вивчення матеріалу.

9. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ СТУДЕНТІВ

Оцінка	Критерії
2	Студент володіє навчальним матеріалом на рівні елементарного розпізнавання та відтворення окремих фактів, елементів, об'єктів, що становлять незначну частину навчального матеріалу.
3	Студент володіє матеріалом на репродуктивному рівні: <ul style="list-style-type: none"> – здатний відтворити значну частину теоретичного матеріалу, виявляє знання та розуміння основних положень, за допомогою викладача; – може аналізувати навчальний матеріал, порівнювати та робити висновки, виправляти допущені помилки. – застосовує графи до розв'язування логічних та текстових задач; – розв'язує комбінаторні задачі з обмеженнями; – знаходить найкоротший шлях в графові з ребрами довільної довжини з допомогою викладача; – знає основні поняття елементів комбінаторики, теорії графів та деякі типи графів
4	Студент вільно володіє вивченим обсягом матеріалу: <ul style="list-style-type: none"> – застосовує навчальний матеріал на практиці; – розв'язує задачі в стандартних ситуаціях, самостійно виправляє допущені помилки, добирає переконливі аргументи на підтвердження вивченого матеріалу; – частково контролює власні навчальні дії, наводити окремі власні приклади та підтвердження певних тверджень; – вміє порівнювати, узагальнювати, систематизувати інформацію під керівництвом викладача та самостійно, застосовувати її на практиці, контролювати власну діяльність, виправляти помилки та добирати аргументи на підтвердження певних думок під керівництвом викладача; – застосовує графи до розв'язування логічних, текстових та прикладних задач; – розв'язує комбінаторні задачі з обмеженнями; – знаходить найкоротший шлях в графові з ребрами довільної довжини;
	Студент вільно володіє вивченим обсягом матеріалу та виявляє творчі здібності: <ul style="list-style-type: none"> – самостійно визначає окремі цілі власної навчальної діяльності, оцінює окремі нові факти, явища, ідеї; – знаходить джерела інформації та самостійно використовує

5	<p>їх відповідно до цілей, поставлених викладачем;</p> <ul style="list-style-type: none"> – вільно висловлює власні думки та відчуття, визначає програму особистої пізнавальної діяльності, самостійно оцінює різноманітні життєві явища та факти, виявляючи особисту позицію щодо них; – без допомоги викладача знаходить джерела інформації та використовує одержані відомості відповідно до мети та завдань власної пізнавальної діяльності; – використовує набуті знання та вміння в нестандартних ситуаціях; – розв’язує комбінаторні задачі з обмеженнями, рекурентні співвідношення; – знаходить ейлерові та гамільтонові цикли та шляхи в графах; – проводить пошук у графі у глибину та ширину; – застосовує графи до розв’язування логічних, текстових та прикладних задач; – знаходить найкоротший шлях в графові з ребрами довільної довжини; – будує мережевий графік.
---	--

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Основна:

1. Барковський В.В. Теорія ймовірностей та математична статистика: навч. посібник / В.В. Барковський, Н.В. Барковська, О.К. Лопатін. – 5-те вид. – К.: Центр учбової літератури, 2010. – 424 с.
2. Кармелюк Г.І. Теорія ймовірностей та математична статистика. Посібник з розв'язування задач: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / Г.І. Кармелюк. – К.: Центр учбової літератури, 2007. – 576 с.
3. Медведєв М.Г. Теорія ймовірностей та математична статистика. Підручник / М.Г. Медведєв, І.О. Пащенко – К.: Вид-во «Ліра-К», 2017. – 536 с.
4. Моцний Ф.В. Курс лекцій з теорії ймовірностей: навч. посіб. для студ. усіх спец. фін.-екон. профілю ден. та заоч. форм навч.: рекомендовано М-вом освіти і науки України / Ф.В. Моцний; Держ. ком. статистики України, Нац. акад. статистики, обліку та аудиту. – К.: Інформаційно-аналітичне агентство, 2010. – 122 с.
5. Пушак Я.С. Теорія ймовірностей і елементи математичної статистики: навч. посіб. / Я.С. Пушак, Б.Л. Лозовий. – 2-е вид., перероб. і допов. – Л.: Магнолія 2006, 2007. – 276 с.
6. Рабик В.М. Основи теорії ймовірностей: навч. посіб. / В.М. Рабик. – Л.: Магнолія 2006, 2007. – 176 с.
7. Фортуна В. В. Вища та прикладна математика: рекоменд. М-вом освіти і науки, молоді та спорту України як навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / В.В. Фортуна, О.І. Бескровний. – Львів: Магнолія 2006, 2013. – 647 с.

Додаткова:

8. Горкавий В.К. Математична статистика: Навчальний посібник / В.К. Горкавий, В.В. Ярова – К.: «Професіонал», 2004.

Інтернет-ресурси:

9. Жильцов О. Б. Теорія ймовірностей та математична статистика у прикладах і задачах [Електронний ресурс] / О. Б. Жильцов // Київ. ун-т ім. Б. Грінченка. – 2015. – Режим доступу до ресурсу: http://elibrary.kubg.edu.ua/13578/1/O_Zhylytsov_KUBG_TY_UN.pdf.
10. Освітній портал математичного спрямування [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <http://yukhym.com/uk/>.
11. Web-ресурси з теорії ймовірностей та математичної статистики [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <http://zyurvas.narod.ru/resursy.html>.

ДОДАТКИ
Контрольна робота №1

1. Гральний кубик підкидають двічі. Описати простір елементарних подій. Описати події: A - сума очок, яка з'явилась, дорівнює 8; B - принаймні один раз з'явиться 6.
2. Монету кинуть двічі. Знайти імовірність того, що хоча б один раз вона впаде гербом вгору.
3. Скількома способами 7 осіб можуть стати в чергу до каси?
4. Десять груп навчаються в десяти аудиторіях, що розміщені поруч. Скільки існує варіантів розміщення груп по аудиторіям, при яких групи №1 і №2 будуть знаходитися в сусідніх аудиторіях?
5. На полиці стоять 2 книжки з філософії, 4 з педагогіки і 3 – з математики. Навмання беруть одну книжку. Визначити ймовірність того, що взята книжка не з математики.
6. Ймовірність перемоги першого спортсмена дорівнює 0,7, другого – 0,8. Знайти ймовірність того, що хоча б один з них переможе.
7. Ймовірність того, що подія відбудеться хоча б один раз у трьох незалежних випробуваннях дорівнює 0,936. Знайти ймовірність появи події в одному випробуванні, якщо вона однакова у кожному.
8. Із великої зв'язки краваток, в якій краватки зеленого, червоного і жовтого кольору перебувають у відношенні 5:3:2, двоє чоловіків навмання обирають по одній краватці. Яка ймовірність того, що вони оберуть краватки однакового кольору?
9. Серед студентів п'ятого курсу $\frac{2}{5}$ одружені а решта неодружені. Серед неодружених студентів $\frac{1}{2}$ молодші 22 років, а $\frac{2}{3}$ одружених старші 22 років. Знайти ймовірність того, що довільно обраний студент цього курсу старший 22 років.

10. Двоє друзів при закінченні університету одержали спеціальності інженера і менеджера. Ймовірність того, що при закінченні університету випускник-інженер одразу влаштується на роботу дорівнює 0,7, для випускника-менеджера ця ймовірність складає 0,8. Дискретна випадкова величина – кількість друзів, що влаштувалися на роботу. Знайти закон розподілу ДВВ, числові характеристики та функцію розподілу.

11. Випадкова величина X задана інтегральною функцією

$$F(X) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0; \\ \frac{3}{5}x, & \text{при } 0 < x \leq \frac{5}{3}; \\ 1, & \text{при } x > \frac{5}{3}. \end{cases}$$

Знайти диференціальну функцію розподілу, числові характеристики, а також ймовірність попадання значення випадкової величини в інтервал $(-1;0)$.

Контрольна робота №2

1. Дано вибірку: 4, 2, 3, 2, 5, 4, 4, 5, 8, 7, 1, 5, 5, 5, 6, 7, 5, 4, 1, 2, 2, 3, 2, 5, 5, 6, 7, 6, 4, 6. Необхідно: за побудованим дискретним варіаційним рядом знайти функцію розподілу, побудувати її графік та побудувати полігон частот і гістограму відносних частот.

2. Дано вибірку: 4, 2, 3, 2, 5, 4, 4, 5, 8, 7, 1, 5, 5, 5, 6, 7, 5, 4, 1, 2, 2, 3, 2, 5, 5, 6, 7, 6, 4, 6. Необхідно: побудувати дискретний варіаційний ряд, обчислити числові характеристики.

3. Дано вибірку: 50, 68, 61, 34, 8, 98, 88, 33, 15, 71, 42, 47, 0, 59, 77, 92, 55, 51, 23, 53, 59, 60, 85, 49, 56, 40, 42, 68, 63, 82, 52, 54, 63, 31, 86, 34, 16, 24, 72, 53, 46, 52, 50, 29, 75, 12, 34, 72, 33, 52. Необхідно: побудувати інтервальний варіаційний ряд з шириною інтервалу $h=10$; обчислити числові характеристики методом умовних варіант.

4. При рівні значущості $\alpha = 0.05$ перевірити гіпотезу про нормальний розподіл генеральної сукупності, якщо відомі емпіричні і теоретичні частоти

Емпіричні частоти	6	13	38	74	106	85	30	14
Теоретичні частоти	3	14	42	82	99	76	37	13

5. Знайти вибіркоче рівняння регресії Y на X за даними спостережень: а) методом «натягнутої нитки», б) «методом сум», в) «методом найменших квадратів». Обчислити коефіцієнт кореляції та дати його тлумачення.

X	30	28	26	31	15	20	23	27	28	22	21	23	26	30	31	25	25	27	28	23
Y	47	45	41	49	25	33	37	43	46	35	35	37	42	47	49	40	39	43	45	37

**Питання та завдання до заліку
з дисципліни «Теорія ймовірностей та математична статистика»**

1. Випадкові події. Види подій.
2. Операції над подіями.
3. Класичне, статистичне і аксіоматичне визначення ймовірності події.
4. Елементи комбінаторики.
5. Залежні і незалежні події.
6. Умовні ймовірності.
7. Теореми додавання та множення ймовірностей.
8. Обчислення ймовірності появи хоч би однієї події.
9. Незалежні повторні випробування.
10. Формула Бернуллі.
11. Найімовірніше число появи подій.
12. Локальна та інтегральна теореми Лапласа.
13. Формула Пуасона.
14. Види випадкових величин.
15. Визначення закону розподілу випадкової величини.
16. Дискретні випадкові величини, многокутник розподілу, числові характеристики: математичне сподівання, дисперсія, середнє квадратичне відхилення, їх обчислення та властивості.
17. Функція розподілу неперервної випадкової величини, її властивості та графік.
18. Щільність розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини, її властивості та графік.
19. Обчислення числових характеристик неперервних випадкових величин.
20. Біноміальний та пуасонівський закони розподілу випадкової величини.
21. Рівномірний та експоненціальний закон розподілу неперервної випадкової величини.
22. Нормальний закон розподілу неперервної випадкової величини.
23. Правило «трьох сигма».
24. Поняття про теорему Ляпунова.
25. Закон розподілу дискретної системи двох випадкових величин.
26. Числові характеристики системи, їх обчислення та ймовірнісний смисл.
27. Умовні закони розподілу складових системи.
28. Умовні математичні сподівання.
29. Начальні та центральні моменти системи та зв'язок між ними.
30. Кореляційний момент, коефіцієнт кореляції.
31. Генеральна та вибіркова сукупності.
32. Первісна обробка статистичних даних.
33. Обробка статистичного ряду.
34. Обчислення статистичних числових характеристик варіаційного ряду.

35. Статистична сукупність.
36. Обчислення статистичного середнього та статистичної дисперсії.
37. Графічне зображення статистичної сукупності
38. Полігони частот та відносних частот.
39. Гістограма, статистична функція розподілу.
40. Обробка статистичного ряду.
41. Крапкові та інтервальні оцінки параметрів розподілу.
42. Властивості крапкових оцінок параметрів розподілу та побудова незміщених оцінок для математичного сподівання і дисперсії.
43. Властивості крапкових оцінок параметрів розподілу
44. Довірчі ймовірності та довірчі інтервали параметрів розподілу.
45. Побудова довірчих інтервалів для математичного сподівання та дисперсії.
46. Критерій згоди Пірсона.
47. Критерій згоди Колмогорова.
48. Критерій згоди Персона.
49. Перевірка статистичних гіпотез.
50. Згладжування статистичних залежностей.
51. Метод найменших квадратів.
52. Види інформації.
53. Теорема дискретизації Шеннона.
54. Модель системи передачі інформації.
55. Представлення інформації.
56. Основний об'єкт теорії інформації.
57. Дискретні та неперервні канали зв'язку.
58. Повна група подій у математичній статистиці.
59. Формальне визначення об'єкту теорії інформації.
60. Статистичний підхід до вимірювання інформації.
61. Основні принципи теорії інформації щодо її вимірювання.
62. Функції, що відповідають основним принципам.
63. Формула для вимірювання статистичної інформації.
64. Кількість інформації.
65. Одиниці виміру інформації.
66. Проблема корисності інформації.

Типові приклади

Задача 1

Є N деталей серед яких M бракованих. З усієї кількості деталей навмання обрано n деталей. Визначити ймовірність того, що:

- а) серед n відібраних деталей буде 2 бракованих;
- б) серед n відібраних деталей буде не більше ніж 2 бракованих;
- в) серед n відібраних деталей буде більше ніж 2 бракованих

Задача 2

Проводиться n незалежних випробувань. Ймовірність появи події в кожному випробуванні дорівнює p . Знайти ймовірність того, що в n незалежних випробуваннях подія з'явиться не менше k_1 раз і не більше k_2 раз

Задача 3

По заданому закону розподілення дискретної випадкової величини знайти її:

- математичне очікування;
- дисперсію і середнє квадратичне відхилення;
- ймовірність того, що X прийме значення, що належить інтервалу $(a;b)$.

X	2	4	5	7
p	0,3	0,4	0,2	0,1

$$a=3, b=6$$

Задача 4

Неперервна випадкова величина X задана інтегральною функцією розподілення:

$$F(X) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq a \\ \dots, & \text{при } a < x \leq b \\ 1, & \text{при } x > b \end{cases}$$

Знайти:

- Замість крапок треба надати аналітичний запис лінійної залежності ймовірності, використавши рівняння прямої, яка проходить через дві дані точки з координатами $(a; 0)$; і $(b; 1)$.
- Диференціальну функцію $f(x)$
- Побудувати графіки $F(X)$ і $f(x)$
- Математичне очікування
- Дисперсію і середнє квадратичне відхилення
- Ймовірність того, що X набуває значення із інтервалу $(c;d)$

Задача 5

Систему дискретних випадкових величин $(X; Y)$ задано матрицею розподілу. Знайдіть :

- 1) ряди розподілу складових X і Y ;
- 2) математичні сподівання та середні квадратичні відхилення складових;
- 3) кореляційний момент та коефіцієнт кореляції системи

Y	0	1	2	4
X				
0,1	0,2	0,1	0,05	0
0,2	0,05	0,1	0,01	0,05
0,3	0	0	0,15	0,2

Задача 6

Річна виручка авіакомпанії від перевезення пасажирів – випадкова величина з середнім значенням 200млн.грн. і стандартним (середнім квадратичним) відхиленням 20 млн.грн.

Знайти :

- а) оцінку ймовірності того, що в наступному році авіакомпанія матиме виручку не менше за 220 млн.грн.;
- б) оцінку ймовірності того, що виручка міститиметься в межах від 180 до 220 млн.грн.;
- в) в який межах з ймовірністю не меншою за 0,95, можна очікувати виручку в наступному році.

Задача 7

Відсоток виконання плану підприємства за рік та кількість підприємств, що виконують цей план, наведено у вигляді інтервального статистичного розподілу:

$x_i, \%$	10	20	30	40	50	60	70	80	90	10	11
$h = 10$	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-1	0-	0-
%	0	0	0	0	0	0	0	0	00	11	12
										0	0
n_i	2	6	13	16	25	12	10	8	5	3	1

Потрібно:

- 1) Побудувати гістограму відносних частот і комуляту $F^*(x)$.
- 2) Обчислити \bar{x}_b , σ_b , E^*_s , A^*_s , M^*_0 , M^*_e

Зразок залікової картки

1. Теоретичні питання.

Сформулюйте основний принцип комбінаторики. Елементи комбінаторики: означення, формули для обчислення.

2. Практичні завдання.

По заданому закону розподілення дискретної випадкової величини знайти її:

- математичне очікування;
- дисперсію і середнє квадратичне відхилення;
- ймовірність того, що X прийме значення, що належить інтервалу $(a;b)$.

X	2	4	5	7
p	0,3	0,4	0,2	0,1

$$a=3, b=6$$

3. Практичні завдання.

Нехай є три вибірки з нормальних сукупностей з однаковими дисперсіями. При рівні значущості 0,05 перевірити гіпотезу про рівність групових середніх, користуючись дисперсійним аналізом.

Номер випробування <i>я</i>	Рівень фактору F_i		
	F_1	F_2	F_3
1	52	54	52
2	51	52	50
3	57	58	44
4	56	56	42

Питання для самоконтролю для теми:
«Системи і функції випадкових величин»

- Що таке багатовимірні випадкові величини? Випадкові вектори ?
- Що таке функції розподілу багатовимірної випадкової величини?
- Дайте визначення для дискретної двовимірної випадкової величини.
- Сформулюйте числові характеристики системи двох випадкових величин.

5. Що таке залежні і незалежні випадкові величини?
6. Що таке нормальний закон розподілу двовимірної випадкової величини?
7. Дайте означення функції дискретного випадкового аргументу та сформулюйте їх числові характеристики.
8. Сформулюйте визначення функції неперервного випадкового аргументу та їх числові характеристики.
9. Що таке закон розподілу суми незалежних випадкових величин, щільність розподілу суми неперервних незалежних випадкових величин?
10. Сформулюйте розподіли (Хі–квадрат), Стюдента та Фішера, їх числові характеристики.

Різнорівневі завдання з теорії ймовірності

Початковий рівень.

1. Партія з 10 деталей містить 4 браковані. Знайти ймовірність того, що з навмання взятих двох деталей будуть:
 - а) дві придатні;
 - б) дві браковані;
 - в) 1 придатна і 1 бракована.
2. Партія складається з 20 виробів, з яких 8 виробів 1-го сорту, 6—2-го, 2—3-го сорту, а решта — браковані. Навмання беруть 4 вироби. Знайти ймовірність того, що серед них виявилось 2 вироби 1-го сорту, 1—2-го сорту і 1 бракований.
3. Навмання взятий телефонний номер складається із 6 цифр. Знайти ймовірність того, що в ньому всі цифри різні.

Середній рівень.

4. На прямокутній полиці навмання розставлено 8 томів зібрання творів. Знайти ймовірність того, що в результаті I, II і III томи стоять поруч.
5. Набираючи номер телефону, абонент забув дві останні цифри і, вважаючи, що вони різні, набрав їх навмання. Знайти ймовірність того, що набрано правильні цифри.
6. У лотереї на кожні 500 білетів розігрується 100 речових і 50 грошових виграшів. Знайти ймовірність виграшу для особи, яка має один білет.
7. На складі є 10 кінескопів заводу № 1 і вісім кінескопів заводу № 2. Навмання взято чотири кінескопи. Знайти ймовірність того, що серед них два кінескопи заводу № 1 і два кінескопи заводу № 2.

Достатній рівень.

8. У партії із 16 деталей чотири нестандартні. Навмання з поверненням беруть три деталі. Знайти ймовірність того, що серед них дві деталі будуть стандартними.
9. Восьмеро осіб у випадковому порядку сідають за круглий стіл. Знайти ймовірність того, що троє товаришів опиняться поруч.
10. До ліфта дев'ятиповерхового будинку на 1-му поверсі зайшло троє пасажирів. Кожен із них з однаковою ймовірністю виходить на будь-якому з поверхів, починаючи з 2-го. Знайти ймовірність того, що всі пасажери:
- а) вийдуть на 5-му поверсі;
 - б) вийдуть одночасно на одному з поверхів;
 - в) вийдуть на різних поверхах.
11. Із літер розрізного українського алфавіту було складено слово «АНАНАС», а далі всі літери кинуті в урну і ретельно перемішано. Знайти ймовірність того, що, беручи літери одну за одною й укладаючи їх підряд, знову дістанемо це слово.

Високий рівень.

12. Набір трицифрового номера виграшної облігації виконують триразовим викиданням з урни одного за одним трьох жетонів із п'яти, пронумерованих цифрами від 1 до 5. Знайти ймовірність того, що вибраний номер містить цифру 3.
13. Стержень завдовжки L розрубують на дві частини. Знайти ймовірність того, що менша з частин, на які він поділяється, має довжину не менше як $0,2 L$.
14. У середині круга радіусом R навмання вибирають точку. Знайти ймовірність того, що точка потрапить усередину:
- а) вписаного у круг квадрата;
 - б) вписаного у круг правильного трикутника.
15. Замовник і виконавець домовились зустрітись у певний час від 11-ї до 12-ї години, а також про те, що той, хто прийде першим, чекатиме другого не більше як 20 хв, після чого залишить місце зустрічі. Знайти ймовірність того, що вони зустрінуться, якщо кожний може прийти до зазначеного місця в довільний момент часу між 11-ю і 12-ю годинами.