

# МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ВСП «КИЇВСЬКИЙ ФАХОВИЙ КОЛЕДЖ МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА  
ТАВРІЙСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ  
ІМЕНІ В.І. ВЕРНАДСЬКОГО»



## ОСНОВИ ТЕХНІЧНОЇ МЕХАНІКИ

**Методичний посібник для студентів заочного відділення  
до виконання контрольних робіт зі спеціальностей**

**141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка**  
(5.05070204 «Експлуатація, ремонт та енергопостачання міського електротранспорту»)

**192 «Будівництво та цивільна інженерія»**  
(5.06010105 «Обслуговування електротехнічного обладнання і автоматичного устаткування будівель і споруд»)

**Київ 2021**

# ОСНОВИ ТЕХНІЧНОЇ МЕХАНІКИ

## Методичний посібник для студентів заочного відділення до виконання контрольних робіт зі спеціальностей

Рекомендовано для підготовки фахівців за освітньо-професійним ступенем «фаховий молодший бакалавр» зі спеціальностей 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка (5.05070204 «Експлуатація, ремонт та енергопостачання міського електротранспорту»), 192 «Будівництво та цивільна інженерія» (5.06010105 «Обслуговування електротехнічного обладнання і автоматичного устаткування будівель і споруд»)

Розглянуто та схвалено на засіданні  
циклової комісії міського електричного транспорту  
Протокол № 1 від 28.08.2020р.  
Голова циклової комісії В.С. Василюк

Розглянуто і рекомендовано до затвердження навчально-методичною радою  
коледжу  
Протокол № 1 від 28. 08. 2020 р.  
Голова навчально-методичної ради \_\_\_\_\_ І.П.Демехіна

Укладач викладач-методист  
ВСП Київського фахового коледжу міського господарства  
ТНУ ім. Вернадського Л.А. Андрєєва

Рецензенти викладач методист, голова міського об'єднання  
викладачів механіки м. Києва Т.Ф. Лисовенко

викладач методист  
ВСП Київського фахового коледжу міського господарства  
ТНУ ім. Вернадського Л.А. Андрющенко

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**

**ВСП «КИЇВСЬКИЙ ФАХОВИЙ КОЛЕДЖ МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА  
ТАВРІЙСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ  
ІМЕНІ В.І. ВЕРНАДСЬКОГО»**

# **ОСНОВИ ТЕХНІЧНОЇ МЕХАНІКИ**

**Методичний посібник для студентів заочного відділення  
до виконання контрольних робіт зі спеціальностей**

**141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка**

(5.05070204 «Експлуатація, ремонт та енергопостачання міського електротранспорту»)

**192 «Будівництво та цивільна інженерія»**

(5.06010105 «Обслуговування електротехнічного обладнання і автоматичного устаткування будівель і споруд»)

**Київ 2021**

## ЗМІСТ

<b>1 Загальні методичні вказівки.....</b>	<b>5</b>
<b>2 Інформаційний обсяг навчальної дисципліни.....</b>	<b>6</b>
<b>3 Методичні вказівки до розв'язання задач з розділу "Теоретична механіка" .....</b>	<b>12</b>
<b>4 Методичні вказівки до розв'язання задач з розділу "Опір матеріалів" .....</b>	<b>19</b>
<b>5 Завдання до контрольної роботи №1.....</b>	<b>27</b>
<b>6 Методичні вказівки до розв'язання задач з розділу "Деталі машин і механізмів".....</b>	<b>38</b>
<b>7 Завдання до контрольної роботи №2.....</b>	<b>48</b>
<b>Рекомендована література.....</b>	<b>50</b>



## 1 Загальні методичні вказівки

Навчальним планом дисципліни «Основи технічної механіки» зі спеціальностей 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка (5.05070204 «Експлуатація, ремонт та енергопостачання міського електротранспорту») та 192 «Будівництво та цивільна інженерія» (5.06010105 «Обслуговування електротехнічного обладнання і автоматичного устаткування будівель і споруд») матеріал поділений на дві частини:

- теоретична механіка та опір матеріалів;
- деталі машин і механізмів.

До кожної з них необхідно виконати відповідне завдання.

Рекомендується така послідовність вивчення матеріалу:

- ознайомитись із змістом програми;
- вивчити матеріал завдання по підручнику тобто прочитати матеріал даної теми, розібратися у основних поняттях, визначеннях, законах, правилах, наслідках та в їх логічному взаємозв'язку;
- закріпити матеріал, розглянувши приклади розв'язання задач, що наведені у посібнику.

Після вивчення матеріалу кожного розділу виконуються задачі контрольних робіт.

Студент повинен виконати дві контрольні роботи, при дотриманні вимог:

- кожна контрольна робота виконується в окремому зошиті у клітинку;
- на обкладинці зошита слід вказати назву предмета, номер контрольної роботи, групу, прізвище, ім'я та по батькові студента, номер шифру студента та варіант, за яким зроблено роботу, поштову адресу студента;
- роботу слід виконувати чорнилами, чітко, охайно. Для позначок та зауважень викладача додержувати достатній інтервал між рядками та залишати на сторінках поля завширшки не менш 25-30 мм. Кожну задачу слід починати з нової сторінки. В кінці зошита слід залишити вільну сторінку для рецензії.

Слід повністю переписати умову, накреслити схему-завдання з позначенням сил, моментів та інших величин, передбачених умовою задачі або які витікають з розв'язаних. Розв'язання слід виконувати у загальному вигляді, після чого підставити чисельні значення у такому порядку, у якому вони розташовані, і одержати пошуковий результат. Кожне розв'язання задачі повинно бути виконано у визначеній послідовності, обґрунтовано теоретично, з текстовим поясненням.

Всі обчислювання у контрольних роботах слід робити у одиницях СІ. доцільно перевірити правильність підставлених значень, зберігання розмірності. Перевірити правильність відповіді.

Виконану роботу слід своєчасно вислати на перевірку у навчальний заклад.

У процесі вивчення предмета кожен студент залежно від варіанту виконує шість задач у першій контрольній роботі і чотири задачі у другій контрольній роботі.

Варіант контрольного завдання визначається за двома останніми цифрами шифру студента. Наприклад, студент, який має шифр 134, виконує варіант 34; який має шифр 104 - варіант 04, який має шифр 4 - варіант 04.

Програмою передбачено виконання студентами практичних робіт. Роботи виконуються під час установчої сесії.

### **Список рекомендованої літератури**

- 1 Ердеді О.О. Технічна механіка /О.О.Ердеді, Ш.В. Аникін, Ю.О. Медведєв, О.С.Чуйков. – Київ: Вища школа. 1983.
1. Мовнин М.С. Основы технической механики /М.С. Мовнин, А.Б. Израэлит, А.Г. Рубашкин. – Ленинград: Машиностроение, 1990.
2. Мовнин М.С. Руководство к решению задач по технической механике /М.С. Мовнин, А.Б. Израэлит, А.Г. Рубашкин. – Москва: Высшая школа, 1977.
3. Народецкая М.Э. Техническая механика и детали машин и приборов /М.Э. Народецкая, Б.А. Торбан, А.И. Аркуша. – Москва: Машиностроение, 1982.
4. Багреев В.В. Сборник задач по технической механике /В.В. Багреев. – Ленинград: Судостроение, 1988.

### **Інформаційні ресурси**

- 1 Теоретична механіка. [library.nuft.edu.ua/ebook/file/30.04.pdf](http://library.nuft.edu.ua/ebook/file/30.04.pdf)
- 2 Опір матеріалів. [sopromat.org.ua/sopromat\\_files/PDF/.../1Vvedennya.pdf](http://sopromat.org.ua/sopromat_files/PDF/.../1Vvedennya.pdf)
- 3 Опір матеріалів. [ompm.vntu.edu.ua/pdf/books/OgorGrushkoPoberegny\\_OM\\_RGR1.pdf](http://ompm.vntu.edu.ua/pdf/books/OgorGrushkoPoberegny_OM_RGR1.pdf)
- 4 Деталі машин. [elartu.tntu.edu.ua/bitstream/123456789/17744/1/a4.PDF](http://elartu.tntu.edu.ua/bitstream/123456789/17744/1/a4.PDF)

## **2 Інформаційний обсяг навчальної дисципліни**

### **Вступ**

Зміст предмета „Основы технічної механіки”. Роль і значення механіки у техніці. Матерія і рух. Механічний рух. Рівновага. Теоретична механіка і її розділи: статика, кінематика і динаміка. Короткі відомості про історію розвитку механіки.

### **Розділ 1. Теоретична механіка**

#### **Статика**

#### **Тема 1.1 Основні поняття та аксіоми статyki.**

Матеріальна точка. Абсолютно тверде тіло. Сила – вектор. Система сил. Рівнодіюча сила. Врівноважуюча сила.

Перша аксіома статyki (закон інерції). Друга аксіома (умова рівноваги двох сил). Третя аксіома (принцип приєднання та відкидання системи врівноважених сил). Перенесення сили вздовж лінії її дії (сила – ковзкий вектор). Четверта аксіома статyki (правило складання двох сил). П'ята аксіома (закон рівності дії та протидії). Вільне та невільне тіло. В'язі. Реакції в'язей.

Література: [1], стор. 5-12; [2], стор. 5-16

#### **Тема 1.2 Плоска система збіжних сил.**

Поняття про систему збіжних сил.

Геометричний метод складання плоскої системи збіжних сил. Силовий багатокутник. Геометрична умова рівноваги плоскої системи збіжних сил.

Проекція сили на вісь. Правило знаків. Проекція сили на дві взаємно перпендикулярні осі. Аналітичне визначення рівнодіючої системи збіжних сил. (метод проекцій).

Аналітична умова рівноваги системи збіжних сил. Рівняння рівноваги.

Література: [1], стор. 16-21; [2], стор. 12-21

### **Тема 1.3 Теорія пар сил**

Поняття про пару сил. Дія пари на тіло. Плече пари сил, момент пари сил, знак моменту. Властивості пари сил. Складання пар. Умова рівноваги пар сил.

Література: [1], стор. 24-29; [2], стор. 21-27

### **Тема 1.4 Плоска система довільно розміщених сил**

Момент сили відносно точки. Приведення плоскої системи довільно розміщених сил до даного центру.

Поняття про головний вектор і головний момент системи сил. Теорема про момент рівнодіючої сили системи (теорема Вариньона). Аналітичні умови рівноваги плоскої системи довільно розміщених сил. Різні форми рівнянь рівноваги. Рівновага плоскої паралельної системи сил. Балочні системи: класифікація навантажень, види опор, опорні реакції.

Література: [1], стор. 29-36; [2], стор. 27-39

### **Тема 1.5 Просторова система сил**

Паралелепіпед сил. Проекція сили на вісь, коли вісь сила не лежать в одній площині. Розкладання сили на три осі координат. Поняття про головний вектор і головний момент просторової системи довільно розміщених сил. Аналітичний спосіб визначення рівнодіючої просторової системи збіжних сил. Аналітичні умови рівноваги просторової системи збіжних сил. Момент сили відносно осі. Аналітичні умови рівноваги просторової системи довільно розміщених сил.

Література: [1], стор. 44-51; [2], стор. 40-41

### **Тема 1.6 Центр паралельних сил і центр ваги**

Поняття про центр паралельних сил. Формули для визначення положення центру паралельних сил. Сила тяжіння. Центр ваги як центр паралельних сил. Методи знаходження центру ваги. Центр ваги деяких плоских фігур: прямокутника, трикутника, півкола.

Література: [1], стор. 52-57; [2], стор. 41-53

## **Кінематика**

### **Тема 1.7 Кінематика точки**

Основні поняття кінематики (спокій та рух, траєкторія, відстань, шлях, швидкість та прискорення). Способи завдання руху точки. Середня швидкість та миттєва швидкість. Прискорення точки в прямолінійному русі. Прискорення точки в криволінійному русі. Прискорення повне, нормальне та дотичне.

Теорема про проекції прискорення на дотичну і нормаль.

Теореми про прискорення швидкості і прискорення на координатні осі. Види руху точки в залежності від прискорення. Рівномірний та рівно-змінний рух точки, їх рівняння. Кінематичні графіки та зв'язок між ними.

Література: [1], стор. 58-76; [2], стор. 128-136

### **Тема 1.8 Поступальний і обертальний рух тіла**

Поступальний рух тіла і його властивості. Обертання твердого тіла навколо нерухомої осі. Кутове переміщення. Кутова швидкість, частота обертання. Кутове прискорення. Види обертального руху в залежності від кутового прискорення.

Лінійні швидкості обертового тіла. Доцентрове, дотичне і повне прискорення обертового тіла. Перетворення обертальних рухів. Поняття передаточне відношення.

Література: [1], стор. 76-87; [2], стор. 136-143

### **Тема 1.9 Складний рух точки**

Відносний, переносний і абсолютний рух точки. Теорема про складання швидкостей (без доведення)

Література: [1], стор. 87-89

### **Тема 1.10 Плоскопаралельний рух твердого тіла**

Поняття про плоскопаралельний рух твердого тіла. Розкладання плоскопаралельного руху твердого тіла на поступальний і обертальний. Теорема про складання швидкостей. Миттєвий центр швидкостей.

## **Динаміка**

### **Тема 1.11 Основні поняття динаміки**

Предмет динаміки. Аксиоми динаміки. Основне рівняння динаміки. Принцип незалежності дії сил. Диференціальні рівняння руху матеріальної точки.

Література: [1], стор. 89-95; [2], стор. 145-147

### **Тема 1.12 Метод кінетостатики**

Поняття про метод кінетостатики. Сили інерції при прямолінійному і криволінійному русі. Принцип Д'Аламбера.

Література: [1], стор. 95-103; [2], стор. 147-150

### **Тема 1.13 Робота і потужність. Тертя**

Робота сталої сили на прямолінійній ділянці шляху, одиниці її виміру. Теорема про роботу рівнодіючої. Теорема про роботу сили тяжіння. Робота рушійних сил та сил опору. Робота сталої сили, прикладеної до обертового тіла. Потужність, одиниці її виміру. Поняття про коефіцієнт корисної дії (ККД)

Відомості про тертя. Тертя ковзання. Сила тертя, коефіцієнт тертя, кут тертя. Умова самогальмування. Тертя кочення. Коефіцієнт тертя кочення, його розмірність.

Література: [1], стор. 107-114; [2], стор. 150-159

### **Тема 1.14 Теореми динаміки матеріальної точки**

Поняття про імпульс сили, кількість руху та кінетичної енергії точки. Теореми про зміну кількості руху та кінетичної енергії для матеріальної точки. Закон збереження механічної енергії.



Література: [1], стор. 114-119; [2], стор. 158-165

### **Тема 1.15 Основи динаміки системи матеріальних точок.**

Рівняння поступального руху твердого тіла. Момент інерції тіла. Рівняння обертального руху твердого тіла. Кінетична енергія при поступальному і обертальному рухах.

Література: [1], стор. 114-119; [2], стор. 158-165

## **Розділ 2 Опір матеріалів**

### **Тема 2.1 Основні положення**

Основні завдання опору матеріалів. Поняття міцності, жорсткості, стійкості, пружності, пластичності, деформації.

Види навантажень: поверхневі, об'ємні, статичні, динамічні та повторно-змінні.

Основні гіпотези і припущення, які застосовуються в опорі матеріалів, стосовно матеріалів і деформацій.

Сили внутрішні і зовнішні. Поняття про брус. Метод перерізів. Застосування методу перерізів для визначення внутрішніх силових факторів, які виникають у поперечних перерізах бруса. Основні види деформацій бруса: розтяг-стиск, зсув, кручення, згин. Внутрішні силові фактори при вказаних деформаціях.

Напруга: повна, нормальна, дотична.

Література: [1], стор. 129-136; [2], стор. 54-62

### **Тема 2.2 Розтяг і стиск**

Повздовжні сили та їх епюри. Нормальні напруги у поперечних перерізах бруса. Епюри нормальних напруг. Повздовжня і поперечна деформація розтягу і стиску. Закон Гука. Модуль повздовжньої пружності, коефіцієнт поперечної деформації (коефіцієнт Пуассона). Жорсткість перерізу і жорсткість бруса.

Випробування матеріалів на розтяг і стиск при статичному навантаженні. Діаграма розтягу стиску сталі і її характерні параметри: межі пропорційності, пружності, текучості, міцності, (тимчасовий опір). Діаграма розтягу крихких матеріалів. Механічні властивості пластичних крихких матеріалів при стиску.

Допустимі напруги і коефіцієнт запасу міцності. Основні фактори, які мають вплив при виборі необхідного коефіцієнта запасу міцності. Розрахунки на міцність: перевірочний розрахунок, проектний розрахунок та визначення допустимого навантаження.

Література: [1], стор. 137-119; [2], стор. 63-74

### **Тема 2.3 Зріз зминання**

Поняття про деформацію зрізу і зминання. Напруги деформації зрізу і зминання. Умови міцності при зрізі і зминанні.

Практичні розрахунки на зріз і зминання з'єднань болтами, штифтами, заклепкових та зварних з'єднань.

Література: [1], стор. 151-119; [2], стор. 75-79

### **Тема 2.4 Кручення**

Чистий зсув. Деформація зсуву. Модуль зсуву.



Деформація кручення циліндра. Крутячий момент. Епюри крутячих моментів. Напруга і деформації кручення бруса круглого перерізу. Полярний момент перерізу і полярний момент опору круглого перерізу при крученні. Розрахунки валів на міцність і жорсткість.

Література: [1], стор. 163-171; [2], стор. 80-89

### **Тема 2.5 Геометричні характеристики плоских перерізів**

Статичний момент площі. Осьові і полярні моменти інерції. Момент інерції при паралельному перенесенні осей. Головні осі і головні моменти інерції. Центральні моменти інерції прямокутного, кругового і складних перерізів. Визначення головних моментів інерції складних фігур.

Література: [1], стор. 158-162; [2], стор. 41-53

### **Тема 2.6 Згин**

Основні поняття та визначення. Види згину: прямий згин, чистий згин, поперечний згин, косий згин.

Внутрішні силові фактори прямого згину: згинаючий момент і поперечна сила. Епюри поперечних сил і згинаючих моментів. Умова міцності для згину. Осьовий момент опору перерізів при згині.

Література: [1], стор. 172-186; [2], стор. 90-111

### **Тема 2.7 Поєднання основних деформацій**

Поєднання основних деформацій: згин і розтяг або стиск. Гіпотези міцності. Згин і кручення. Кручення і розтяг (стиск).

Література: [1], стор. 186-200; [2], стор. 90-100

### **Тема 2.8. Міцність при динамічних навантаженнях**

Відомості про втомленість матеріалів.

Концентрація напруг. Розрахунки на міцність при змінних напругах і концентрації напруг. Задачі динаміки в опорі матеріалів.

Література: [1], стор. 200-214; [2], стор. 111-118

### **Тема 2.9 Стійкість стиснених стержнів**

Поняття про стійкість і нестійкість рівноваги центрально-стиснених стержнів. Критична сила. Умова стійкості. Формула Ейлера для різних випадків опорних кріплень стиснутого стержня. Критична напруга. Гнучкість. Границі застосування формули Ейлера, гранична гнучкість. Формула Ясинського. Розрахунки на стійкість.

Література: [1], стор. 214-219; [2], стор. 118-122

## **Розділ 3 Деталі машин і механізмів**

### **Тема 3.1 Основні поняття та визначення**

Мета і завдання розділу «Деталі машин». Основні визначення. Механізм і машина. Класифікація машин. Основні вимоги до машин та їх деталей, критерії їх працездатності. Короткі відомості про стандартизацію та взаємозамінність.

Ланка. Кінематична пара. Класифікація кінематичних пар. Кінематичний ланцюг. Класифікація механізмів.

Література: [1], стор. 220-227; [2], стор. 166-173

### **Тема 3.2 З'єднання деталей**

Основні поняття. Вимоги, які ставлять до конструкції деталей машин.

Вибір матеріалів для виготовлення деталей машин.

Рознімні з'єднання деталей: різьбові, штифтові, шпонкові, шліцьові, затискуючи; їх особливості та галузь застосування.

Література: [1], стор. 227-251; [2], стор. 173-188

### **Тема 3.3 Передачі обертального руху**

Призначення механічних передач. Основні кінематичні і силові співвідношення для одно- і багатоступеневих передач; їх класифікація.

Фрикційні передачі, їх призначення і класифікація. Улаштування, переваги, недоліки і галузь застосування. Основні геометричні і кінематичні співвідношення.

Зубчасті передачі у машинобудуванні. Улаштування, переваги, недоліки, їх класифікація, основні призначення і галузь застосування. Типові види зубчастих коліс, їх елементи. Параметри зубчастого колеса.

Прямозубі циліндричні передачі. Основні геометричні співвідношення. Сили, що діють у зачепленні. Основи розрахунку зубів на контактну втомленість та втомленість при згині; вихідне положення розрахунку, розрахункове навантаження, формули перевірного та проектного розрахунків. Вибір основних параметрів, розрахункових коефіцієнтів та допустимих напруг.

Косозубі та шевронні циліндричні передачі. Основні геометричні параметри. Сили, що діють у зачепленні. Особливості розрахунку не прямозубої передачі.

Конічні передачі. Основні геометричні співвідношення і сили у зачепленні.

Черв'ячні передачі. Загальні відомості. Улаштування, переваги, недоліки і галузь застосування черв'ячних передач. Матеріали черв'яків і черв'ячних коліс. Основні геометричні параметри і кінематичні співвідношення. Передаточне число. Сили, що діють у зачепленні. Коефіцієнт корисної дії черв'ячних передач.

Основні відомості про ланцюгові передачі. Улаштування, переваги, недоліки і галузь застосування ланцюгових передач. Приводні ланцюги і зірочки. Кінематичний розрахунок.

Пасові передачі, основні відомості, улаштування, переваги, недоліки і галузь застосування. Класифікація пасових передач. Способи натягання пасів, основні геометричні і кінематичні співвідношення.

Література: [1], стор. 251-334; [2], стор. 192-238

### **Тема 3.4 Механізми для перетворення руху**

Важільні, кулачкові і крокові механізми, їх призначення і галузь застосування. Важільно-крокові і храпові механізми. Галузь застосування.

Гвинтові механізми. Їх призначення, принцип дії. Улаштування і галузь застосування передач гвинт-гайка. Матеріали.

Поняття про розрахунок вантажних гвинтів та гайок.

Мальтійські механізми.

Література: [1], стор. 334-340; [2], стор. 238-242

### **Тема 3.5 Вали і осі**

Вали і осі, призначення, конструкція, матеріали. Основи розрахунків валів і осей на міцність.

Література: [1], стор. 340-345, 239-244; [2], стор. 242-248

### **Тема 3.6 Опори для обертального руху**

Класифікація опор, які застосовують у машинах; загальні вимоги до них. Опори з тертям ковзання для обертального руху, їх конструкція і матеріали для їх виготовлення.

Опори з тертям кочення, порівняльна оцінка.

Підшипники, їх конструкція, маркування, класифікація, основи розрахунків підшипників кочення на довговічність. Поняття статичної та динамічної вантажопідйомності підшипників.

Схеми встановлення і змашування підшипників кочення.

Література: [1], стор. 345-358; [2], стор. 248-256

### **Тема 3.7 Муфти**

Муфти, призначення, класифікація, конструкції, маркування. Вибір муфт. Перевірочний розрахунок.

Література: [1], стор. 358-364; [2], стор. 256-260

## **3 Методичні вказівки до розв'язання задач з розділу "Теоретична механіка"**

**Статика**, яка розглядає рівновагу системи діючих на тіло сил, дає правила для визначення реакції в'язей або реакції опор, які входять в цю систему. Знання модулів та напрямлень усіх діючих на тіло сил необхідно при виконанні більшості технічних розрахунків, які розглядаються в наступних розділах курсу "Основи технічної механіки".

Тіла, які обмежують рух тіла, називають в'язями або опорами.

Силу, з якою в'язь (опора) діє на тіло, називають реакцією в'язі або реакцією опори.

Задачі на рівновагу тіл розв'язують у такій послідовності:

- до тіла (точки), що розглядається у рівновазі прикласти активні сили;
- тіло звільнити від в'язей і їх дію замінити силами реакцій;
- вибрати напрямлення координатних осей;
- скласти рівняння рівноваги:

а) для плоскої системи збіжних сил: 
$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0 \\ \sum F_{iy} = 0 \end{cases}$$

б) для плоскої системи довільно розміщених сил в одному з двох виглядів:

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0 \\ \sum F_{iy} = 0 \\ \sum M_A(F_i) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \sum F_{ix} = 0 \\ \sum M_A(F_i) = 0 \\ \sum M_B(F_i) = 0 \end{cases}$$

- розв'язати рівняння рівноваги;
- перевірити правильність розв'язання задачі.

Методику розв'язання задач за допомогою рівнянь рівноваги розглянемо на прикладах.

**До задач 1 -10.** До розв'язання цих задач слід приступати після вивчення тем "Плоска система збіжних сил", з'ясування приведених нижче методичних

вказівок та розгляду прикладів.

У запропонованих задачах розглядають тіло (точку), яке знаходиться у рівновазі під дією системи збіжних сил. При аналітичному методі розв'язання застосована система двох рівнянь рівноваги, яка має вигляд:

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0 \\ \sum F_{iy} = 0 \end{cases}$$

Алгебраїчна сума проєкцій сил системи на кожен з координатних осей дорівнює нулю.

Проекція сили на вісь дорівнює добутку модуля сили на косинус його гострого кута з віссю.

Знак проєкції (рис. 1) визначається збігом напрямків проєкції та осі. Звертаємо увагу студента на можливість спростити розв'язання подібних задач шляхом раціонального вибору напрямлення координатних осей (хоч би одну з осей направити перпендикулярно пошуковій реакції в'язі).

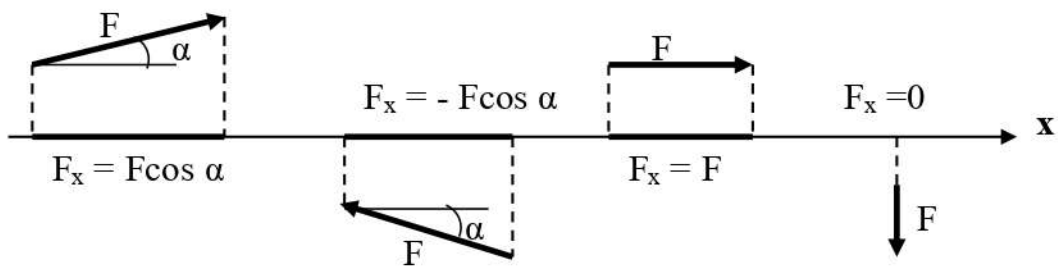


Рис. 1

Розв'язавши задачу аналітичним методом, її рішення слід перевірити за геометричною умовою рівноваги збіжних сил системи – побудовою замкненого силового багатокутника сил в масштабі.

**Приклад 1** (рис. 2, а). Визначити сили, які навантажують стержні АВ і АС кронштейна, що утримують у рівновазі вантаж  $F_1 = 6$  кН та розтягнуту пружину, сила пружності якої  $F_2 = 2$  кН. Вагою частин конструкції, а також тертям на блоці знехтувати.

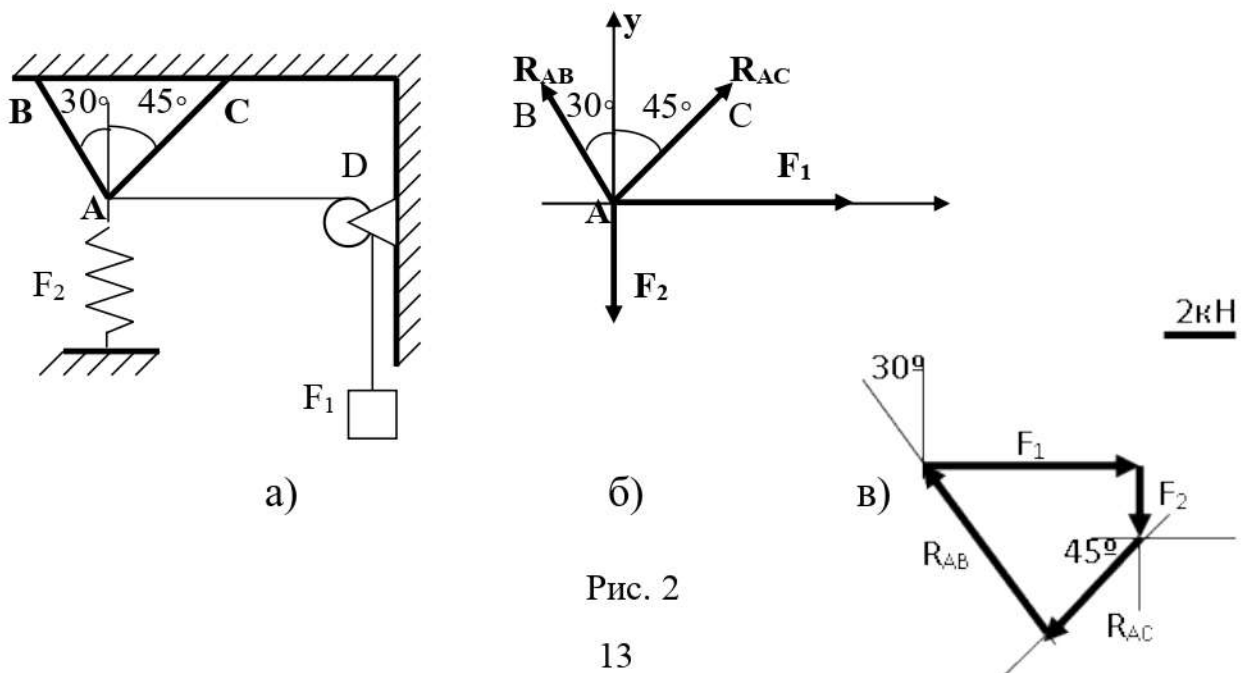


Рис. 2

Задачу розв'язуємо аналітичним способом. Розглянемо рівновагу точки збігу А. До неї прикладені задані активні сили – сила натягу тросу АВ, яка дорівнює вазі вантажу  $F_1$ , та сила пружності пружини  $F_2$ . Так як і трос, і пружина розтягнуті, то ці сили напрямлені від точки А. Розглядаючи точку А як вільну, відкидаємо в'язі (стержні АВ і АС) і замінюємо їх дію реакціями  $R_{AB}$  та  $R_{AC}$

Реакції стержнів направляємо від точки А, так як попередньо вважаємо стержні розтягнутими (дійсні напрямлення реакцій стержнів на початку розв'язання невідомі). Якщо наше припущення виявиться невірним, то пошукова реакція стержня вийде у відповіді із знаком мінус, що говорить про те, що стержень стиснутий і дійсне направлення реакції – до точки А. Одержана розрахункова схема показана на рис. 2, б

Приймаємо звичайне вертикально-горизонтальне напрямлення координатних осей. Для одержаної плоскої системи збіжних сил складаємо два рівняння рівноваги

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0 & F_1 + R_{AC} \cdot \cos 45^\circ - R_{AB} \cdot \cos 60^\circ = 0; \\ \sum F_{iy} = 0 & R_{AC} \cdot \cos 45^\circ + R_{AB} \cdot \cos 30^\circ - F_2 = 0; \end{cases}$$

$$6 + R_{AC} \cdot 0,7 - R_{AB} \cdot 0,5 = 0;$$

$$R_{AC} \cdot 0,7 + R_{AB} \cdot 0,86 - 2 = 0.$$

Розв'язуючи одержану систему рівнянь, знаходимо

$$R_{AB} = 5,6 \text{ кН}; R_{AC} = -4,34 \text{ кН}.$$

Пошукові сили, які навантажують стержні, за модулем дорівнюють знайденим значенням реакцій стержнів, а за напрямленням реакція стержня АС напрямлена протилежно прийнятому. Бачимо, що відповідно правилу знаків, стержень АВ виявляється розтягнутим, а стержень АС – стиснутим.

Слід відмітити, що кожне з одержаних рівнянь рівноваги містить обидві невідомі, чого можна було б запобігти, якби направити координатні осі інакше – одну з осей направити вздовж пошукової реакції. При цьому в рівнянні рівноваги для другої осі виявиться лише одна невідома

Перевірка за геометричною умовою рівноваги збіжних сил системи – побудовою замкненого силового багатокутника сил в масштабі (рис. 2, в).

Побудова починається з активних сил ваги вантажу  $F_1 = 6 \text{ кН}$  та сили пружності пружини

$$F_2 = 2 \text{ кН}.$$

Вибираємо масштаб  $1 \text{ см} - 2 \text{ кН}$

Відтворені в масштабі сили встановлюємо так, щоб з кінця вектору  $F_1$  виходив вектор  $F_2$  зберігаючи їх величину і напрямок.

Лінії дії реакцій  $R_{AC}$ ,  $R_{AB}$  з початку вектору  $F_1$  та кінця вектору  $F_2$ .

Точка перетину ліній дії відтворить величину і напрямок дії реакцій  $R_{AC}$ ,  $R_{AB}$ . Замкнений силовий багатокутник – геометрична умова рівноваги.

Висновок: напрямок реакції  $R_{AB} = 5,6 \text{ кН}$  вибраний вірно, напрямок реакції  $R_{AC} = 4,34 \text{ кН}$  коректується на протилежний вибраному за аналітичною та геометричною умовою рівноваги збіжної системи сил.



До задач 11 – 20. Для розв'язання другої задачі, яка відноситься до теми "Плоска система довільно розміщених сил", слід скласти рівняння проєкцій сил на координатні осі та рівняння моментів. Поняття проєкції сили на вісь розглянуто у попередній задачі.

Нагадаємо, що у шарнірно-нерухомій опорі А модуль та напрямлення реакції опори невідомі. В такому випадку реакцію  $R_A$  замінюють двома складовими: вертикальною  $Y_A$  і горизонтальною  $X_A$ . Реакція стержня ВС напрямлена вздовж стержня, як показано на рис. 4, а.

Звільнена від опори і стержня балка показана на рис. 4, б.

Моментом сили відносно точки називають добуток модуля сили на плече, тобто на довжину перпендикуляра, проведеного з точки, відносно якої береться момент, до лінії дії сили.

Момент прийнято вважати додатним, якщо він намагається повернути тіло за годинниковою стрілкою (рис. 3, а), і від'ємним (рис. 3, б), якщо обертання направлено проти годинникової стрілки.

Пара – сукупність двох паралельних, протилежно направлених і не діючих вздовж однієї прямої сил, що прикладені до тіла.

Пара сил створює обертальну дію, мірою якої є момент пари.

Так як пара сил не має рівнодіючої, її не проєктують. Момент пари входить в рівняння моментів зі своїм знаком і величиною.

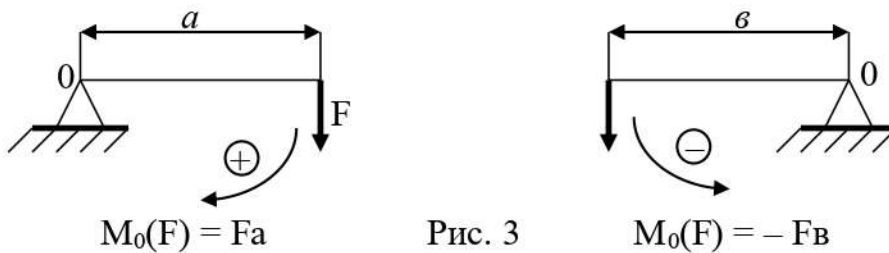


Рис. 3

Момент пари сил в СІ вимірюється в Ньютометрах (Н·м) або в одиницях, кратних Ньютометру: кН·м, МН·м .

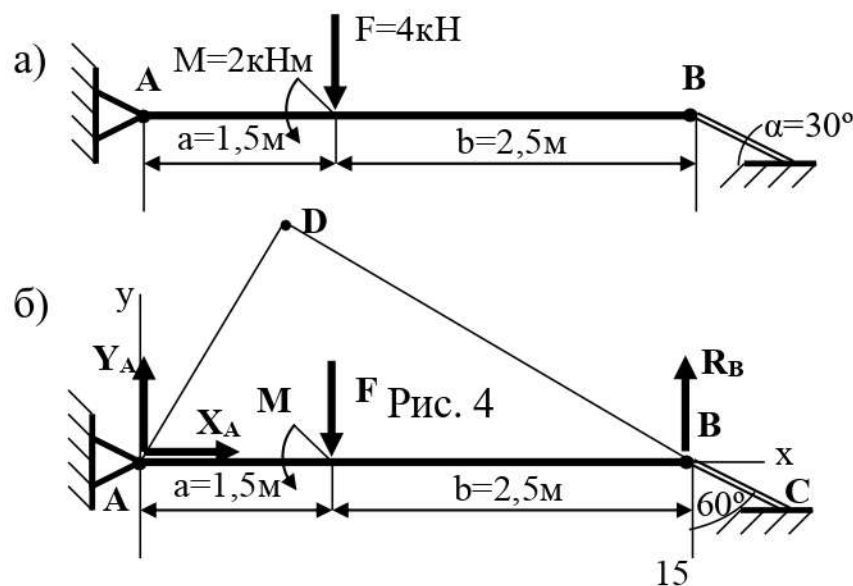


Рис. 4

**Приклад 2.** Однорідна балка закріплена у точці А за допомогою шарнірно-нерухомої опори та підтримується у точці В стержнем (рис. 4, а). Знайти реакції шарнірно-нерухомої опори та стержня ВС. Силою тяжіння балки знехтувати.

Розв'язання. Покажемо балку разом з навантаженням, дотримуючись заданих розмірів її ділянок та кута  $\alpha$  (рис. 4, б).

Звільняємо балку від в'язей у точках А та В, замінивши ці в'язі їх реакціями. Початок координат розташуємо у точці А, вісь Х поєднаємо з віссю балки, а вісь У спрямуємо перпендикулярно до балки. Якщо стержень розтягується, то його реакція спрямована у бік від тіла, яке розглядається, а при стисканні – від стержня до тіла.

Складемо три рівняння рівноваги

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0 \\ \sum F_{iy} = 0 \\ \sum M_A(F_i) = 0 \end{cases}$$

$\sum F_{ix} = 0$  – алгебраїчна сума проєкцій сил на вісь Х;

$\sum F_{iy} = 0$  – алгебраїчна сума проєкцій сил на вісь У;

$\sum M_A(F_i) = 0$  – алгебраїчна сума моментів сил відносно точки А.

Рівняння проєкцій сил на вісь Х має вигляд

$$\sum F_{ix} = 0; X_A - R_B \cdot \cos 30^\circ = 0. \quad (1)$$

Сили F та  $R_A$  не увійшли в рівняння, так як вони перпендикулярні до осі Х і їх проєкції на цю вісь дорівнюють нулю.

Проєкції сил на вісь У

$$\sum F_{iy} = 0; Y_A - F + R_B \cdot \cos 60^\circ = 0, \quad (2)$$

Реакція  $X_A$  перпендикулярна осі У, її проєкція на цю вісь дорівнює нулю.

Щоб скласти рівняння моментів, за центр моментів беремо точку А.

Плече сили  $R_B$  дорівнює довжині перпендикуляра, який проведений з точки А до лінії дії сили  $R_B$ . З рисунку 4, б видно, що  $AD = (a + b) \cdot \sin 30^\circ$  – катет прямокутника ADB проти гіпотенузи  $AB = (a + b)$

$$\sum M_A(F_i) = 0; F \cdot a - M - R_B \cdot (a + b) \cdot \sin 30^\circ = 0. \quad (3)$$

Якщо підставити числові значення в рівняння (3), то отримаємо

$$R_B = \frac{F \cdot a - M}{(a + b) \cdot \sin 30^\circ} = \frac{4 \cdot 1,5 - 2}{(1,5 + 2,5) \cdot 0,5} = 2 \text{ кН.}$$

$$\text{З рівняння (2)} \quad Y_A = F - R_B \cdot \cos 60^\circ = 4 - 2 \cdot 0,5 = 3 \text{ кН.}$$

$$\text{З рівняння (1)} \quad X_A = R_B \cdot \cos 60^\circ = 2 \cdot 0,866 = 1,73 \text{ кН.}$$

Перевіримо правильність розв'язання задачі рівнянням рівноваги моментів відносно точки В:  $\sum M_B(F_i) = 0; Y_A \cdot (a + b) - F \cdot b - M = 0.$

Підставимо числові значення і отримаємо  $3 \cdot 4 - 4 \cdot 2,5 - 2 = 12 - 12 = 0.$

Задача розв'язана правильно, так як при підстановці отримали  $0 = 0.$

Висновок: за умовою рівноваги напрямки пошукових реакцій опор А, В вибрані вірно, так як результати розв'язання рівнянь рівноваги позитивні.

Величини реакцій становлять:  $Y_A = 3 \text{ кН}, X_A = 1,73 \text{ кН}, R_B = 2 \text{ кН}.$

**До задач 21 -30.** Третю задачу контрольної роботи №1 слід розв'язувати з вивчення тем "Кінематики" та "Динаміки", з'ясування приведених нижче методичних вказівок та розгляду прикладів.

Запропоновані задачі носять комплексний характер, що вимагає від студентів вільного володіння навчальним матеріалом тем "Кінематики" та "Динаміки".

При розв'язанні задач необхідно мати на увазі, що у випадку рівномірного руху система сил, яка діє на тіло, буде врівноваженою, а у випадку нерівномірного руху – не врівноваженою. У першому випадку рівняння рівноваги статички для тіла застосовують безпосередньо, у другому – при умові додавання до заданої системи сил сили інерції (такий метод розв'язання називають методом кінетостатики (табл. 1).

Таблиця 1

Основні параметри		Поступальний рух	Обертальний рух
Кінематика	Шлях	$s = f(t)$	$\varphi = f(t)$
	Швидкість	$v = s'$	$\omega = \varphi'$
	Прискорення:		
	дотичне	$a_{\tau} = v' = s''$	$\varepsilon = \omega' = \varphi''$
	нормальне	$a_n = v^2 / r$	
Динаміка	Силовий фактор	Сила $F$	Момент $M$
	Міра інертності тіла	Маса $m$	Момент інерції $J$
	Основний закон руху	$F = ma$	$M = J\varepsilon$
	Робота	$A = Fs$	$A = M\varphi$
	Потужність	$P = Fv$	$P = M\omega$
	Кінетична енергія	$E = mv^2/2$	$E = J\omega^2/2$
	Потенційна енергія	$\Pi = mgh$	$\Pi = mgh$

**Приклад 3** (рис. 5, а). Для пересування вантажу застосована барабанна лебідка, привод якої складається з електродвигуна 1 та редуктора 2 (знижує кутову швидкість вала двигуна до необхідної на барабані). Барабан 3 служить для перетворення обертального руху у поступальний рух вантажу. Диаметру барабана  $D = 0,2$  м, а рівняння його обертання  $\varphi = 30t + 6t^2$ , де  $\varphi$  – кут повороту, рад,  $t$  – час, с. Для моменту часу  $t = 0,5$  с визначити усі кінематичні характеристики руху барабана, точки на його ободі, а також вантажу. Напрявлення руху вантажу – угору.

Розв'язання.

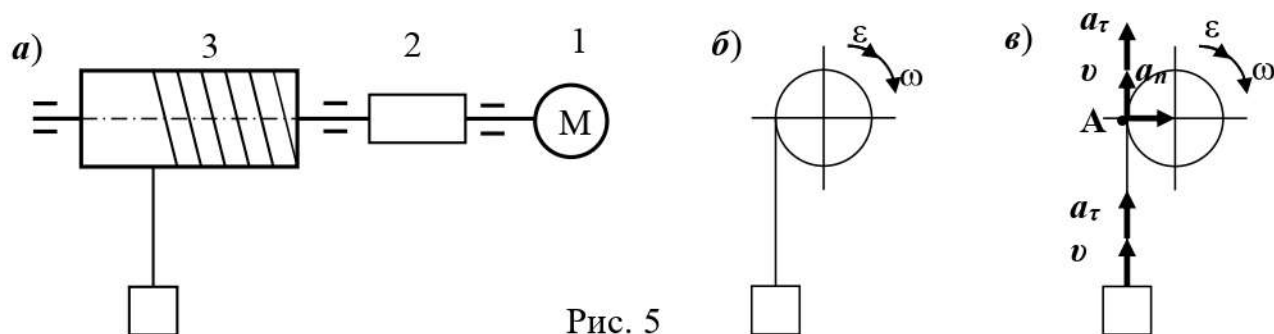


Рис. 5

1 Визначити кінематичні кутові характеристики руху барабана.

Кут повороту барабана за час  $t = 0,5$  с

$$\varphi = 30 \cdot 0,5 + 6 \cdot 0,5^2 = 16,5 \text{ рад.}$$

Кутова швидкість барабана  $\omega = \varphi' = (30t + 6t^2)' = 30 + 12t$  – рух рівнозмінний.

При  $t = 0,5$  с одержимо  $\omega = 30 + 12 \cdot 0,5 = 36$  рад/с.

Кутове прискорення барабана  $\varepsilon = \varphi'' = (30t + 6t^2)'' = 12$  рад/с<sup>2</sup> – const.

Так як прискорення величина додатна і стала, барабан обертається рівно прискорено.

2 Кінематичні лінійні характеристики руху будь-якої точки на ободі барабана, наприклад, точки  $A$  (рис. 5,  $\sigma$ ), визначаються через кутові характеристики руху барабана.

Для моменту часу  $t$  одержимо: відстань  $S = \varphi \cdot r = 16,5 \cdot 0,1 = 1,65$  м;

швидкість точки  $v = \omega \cdot r = 36 \cdot 0,1 = 3,6$  м/с;

дотичне прискорення  $a_\tau = \varepsilon \cdot r = 12 \cdot 0,1 = 1,2$  м/с<sup>2</sup>.

нормальне прискорення  $a_n = \omega^2 \cdot r = 36^2 \cdot 0,1 = 130$  м/с<sup>2</sup>

3 Кінематичні характеристики руху вантажу дорівнюють відповідним характеристикам будь-якої точки тягового троса, а значить, і точки  $A$ , яка лежить на ободі барабана (для вантажу, який рухається прямолінійно,  $a_n = 0$ ).

**Приклад 4** (рис. 6). За даними прикладу 3 визначити масу  $m$  вантажу, якщо для часу  $t$  потужність, яку споживає електродвигун, складає  $P_{ДВ} = 16,1$  кВт, ККД привода  $\eta = 0,75$ , При розрахунку прийняти  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>

*Розв'язання.*

1 Кінематичні лінійні характеристики руху вантажу при  $t = 0,5$  с (див. приклад 3):  $v = 3,6$  м/с;  $a_\tau = 1,2$  м/с<sup>2</sup>.

2 На вантаж діє система сил: сила тяги троса  $F$  та сила тяжіння  $G = mg$  вантажа. Помічаємо, що вектор сили  $F$  завжди напрямлений у бік барабана, у який би бік (вгору чи униз) не переміщався вантаж.

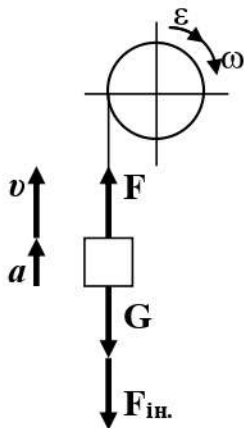


Рис. 6

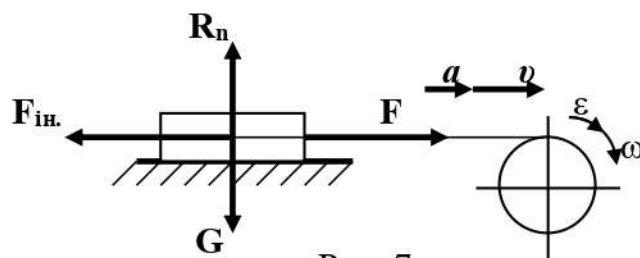


Рис. 7

Як відомо, при рівнозмінному русі тіла система діючих на нього сил за напрямленням руху не врівноважена.

Згідно принципу д'Аламбера (метод кінетостатики), тіло знаходиться в умовній рівновазі, тобто до всіх діючих на нього сил треба додати силу інерції тіла  $F_{ін.} = ma_\tau$  ( $m$  – маса вантажу), вектор якої напрямлений протилежно вектору прискорення.

У нашому випадку прискореного руху угору вектор сили інерції напрямлений униз. Складаємо рівняння умовної рівноваги для вантажа.

$$\sum F_{iy} = 0; F - G - F_{ин.} = 0; F - mg - ma_{\tau} = 0$$

$$F - m(g + a_{\tau}) = m(9,8 + 1,2) = 11 m.$$

Корисну потужність на тросі даного механізму визначаємо

$$P_{КОР.} = F \cdot v = 11 m \cdot 3,6 = 39,6 m.$$

Зважаючи на те, що  $P_{КОР.} = P_{ДВ.} \cdot \eta = 39,6 m = P_{ДВ.} \cdot \eta$ , звідси маса вантажу

$$m = P_{ДВ.} \cdot \eta / 39,6 = 16,1 \cdot 10^3 \cdot 0,75 / 39,6 = 305 \text{ кг.}$$

$$P_{ДВ.} = 16,1 \text{ кВт} = 16,1 \cdot 10^3 \text{ Вт.}$$

**Приклад 5** (рис. 7). За даними прикладів 3 і 4 визначити масу  $m$  вантажу для випадку його переміщення по горизонтальній опорній поверхні. Прийняти коефіцієнт тертя ковзання між вантажом і площиною  $f = 0,25$ .

*Розв'язання.*

Хід розв'язання цієї задачі аналогічний попередній, за винятком визначення сили тяги троса  $F$ .

1 Кінематичні показники руху вантажу при  $t=0,5\text{с}$ :  $v=3,6 \text{ м/с}$ ;  $a_{\tau}=1,2 \text{ м/с}^2$ .

2 На вантаж діє система збіжних сил: сила тяги троса  $F$ , сила тяжіння вантажу  $G = mg$ , нормальна реакція опорної площини  $R_n$  та сила тертя  $R_{mp}$ , яка напрямлена протилежно напрямку руху тіла. За законом тертя  $R_{mp} = f R_n$ . Додаємо до діючої на вантаж системи сил силу його інерції  $F_{ин.} = ma_{\tau}$ , направивши її вектор протилежно вектору прискорення, у даному випадку вліво. Вибираємо напрямлення координатних осей (рис.7) і складаємо два рівняння умовної рівноваги для вантажу

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0; & R_n - G = 0; & R_n = G = mg \\ \sum F_{iy} = 0; & F - R_{mp} - F_{ин.} = 0; & F = R_{mp} + F_{ин.} = f R_n + ma_{\tau} = m(fg + a_{\tau}) = \\ & & = m(0,25 \cdot 9,8 + 1,2) = 3,7 m. \end{cases}$$

$$P_{КОР.} = F \cdot v = 3,7 m \cdot 3,6 = 13,3 m.$$

$P_{КОР.} = P_{ДВ.} \cdot \eta = 13,3 m = P_{ДВ.} \cdot \eta$ , звідси маса вантажу

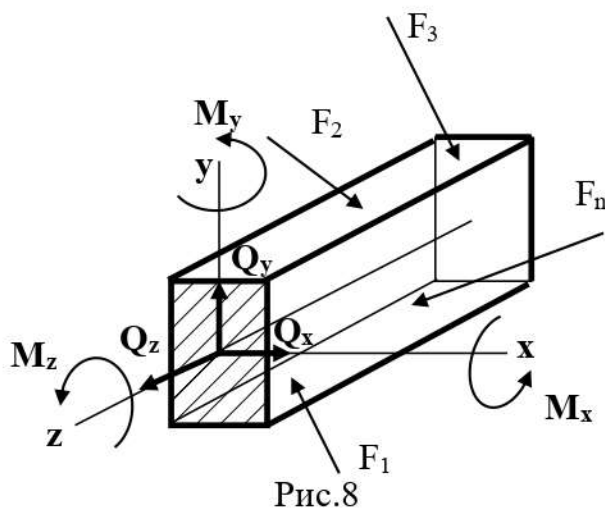
$$m = P_{ДВ.} \cdot \eta / 13,3 = 16,1 \cdot 10^3 \cdot 0,75 / 13,3 = 908 \text{ кг.}$$

#### 4 Методичні вказівки до розв'язування задач з розділу "Опір матеріалів"

Розв'язання задач з розділу "Опір матеріалів" потребує чітке уявлення

про метод перерізів для визначення внутрішніх силових факторів.

У загальному випадку навантаження тіла внутрішні сили, які виникають у поперечному перерізі навантаженого бруса, можна замінити їх статичним еквівалентом – головним вектором і головним моментом, розклавши які по осям координат (рис. 8), отримаємо шість складових з загальною назвою "внутрішні силові фактори":





$N$  – поздовжня сила;  
 $Q_x, Q_y$  – поперечні сили;  
 $M_k$  – крутний момент;  
 $M_x, M_y$  – згинаючі моменти.

Нормальні напруги – наслідок виникнення поздовжньої сили  $N$  та згинаючих моментів  $M_x, M_y$ ; дотичні напруги – наслідок виникнення поперечних сил  $Q_x, Q_y$  або крутного моменту  $M_k$ .

Чисельне значення напруг у поперечних перерізах тіла залежить не тільки від виникнення силового фактору, а й від розмірів поперечного перерізу – від відповідної геометричної характеристики міцності перерізу.

Умовою міцності при розрахунках по допустимій напрузі називається нерівність вигляду  $\sigma < [\sigma]$ , або  $\tau < [\tau]$ , де  $[\sigma]$  та  $[\tau]$  – допустимі напруги, тобто максимальні значення напруги, при яких гарантується міцність деталі.

$$[\sigma] = \sigma_{\text{гран.}} / [n],$$

де  $\sigma_{\text{гран.}}$  – гранична напруга для матеріалу деталі;

$[n]$  – коефіцієнт запасу міцності деталі.

При розв'язанні задач слід користуватися одиницями міжнародної системи (СІ).

Одиницею тиску, механічної напруги та модуля пружності встановлений Паскаль ( $1 \text{ Па} = 1 \text{ н/м}^2$ ) і кратна одиниця Мегапаскаль ( $1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па}$ ).

**До задач 31 - 40.** Розв'язання четвертої задачі контрольної роботи № 1 потребує вивчення теми "Розтяг і стиск", методу перерізів і розбору розв'язаних прикладів у даному посібнику і рекомендованій літературі.

Задача вимагає вміння визначати поздовжні сили, нормальні напруги, видовження (вкорочення) конструкції та будувати епюри  $N$  та  $\sigma$ .

Розтягом або стиском називають деформацію під дією зовнішніх осьових сил, що у будь-якому поперечному перерізі бруса створює поздовжні сили  $N$ , які дорівнюють алгебраїчній сумі зовнішніх сил, діючих з однієї сторони перерізу бруса.

Розтягуючі (напрявлені від перерізу) поздовжні сили додатні, а стискаючі (напрявлені до перерізу) – від'ємні.

Видовження бруса визначаються за формулою Гука,  $\Delta \ell = \frac{N \cdot \ell}{A \cdot E}$  [мм], де  $E$ , [МПа]

– фізична стала матеріалу, характеризує опір матеріалу розтягу (стиску).

Формулу Гука можна записати у вигляді  $\Delta \ell = \sigma \frac{\ell}{E}$ ,  $\frac{N}{A} = \sigma$  [Н/м<sup>2</sup>] → [Па].

**Приклад 6.** Розрахувати навантажений осьовими силами сталевий брус (Рис. 9)  $\sigma = 240$  [МПа];  $E = 2 \cdot 10^5$  [МПа] у такій послідовності:

1. побудувати епюри поздовжніх сил та нормальних напружень;
2. визначити коефіцієнт запасу міцності небезпечної ділянки;
3. визначити деформацію навантаженого бруса.

$F_1$ кН	$F_2$ кН	$F_3$ кН	$A_1$ мм <sup>2</sup>	$A_2$ мм <sup>2</sup>	$\ell_1$ м	$\ell_2$ м	$\ell_3$ м	$n$
15	25	19	270	350	0,6	0,8	0,5	2,7

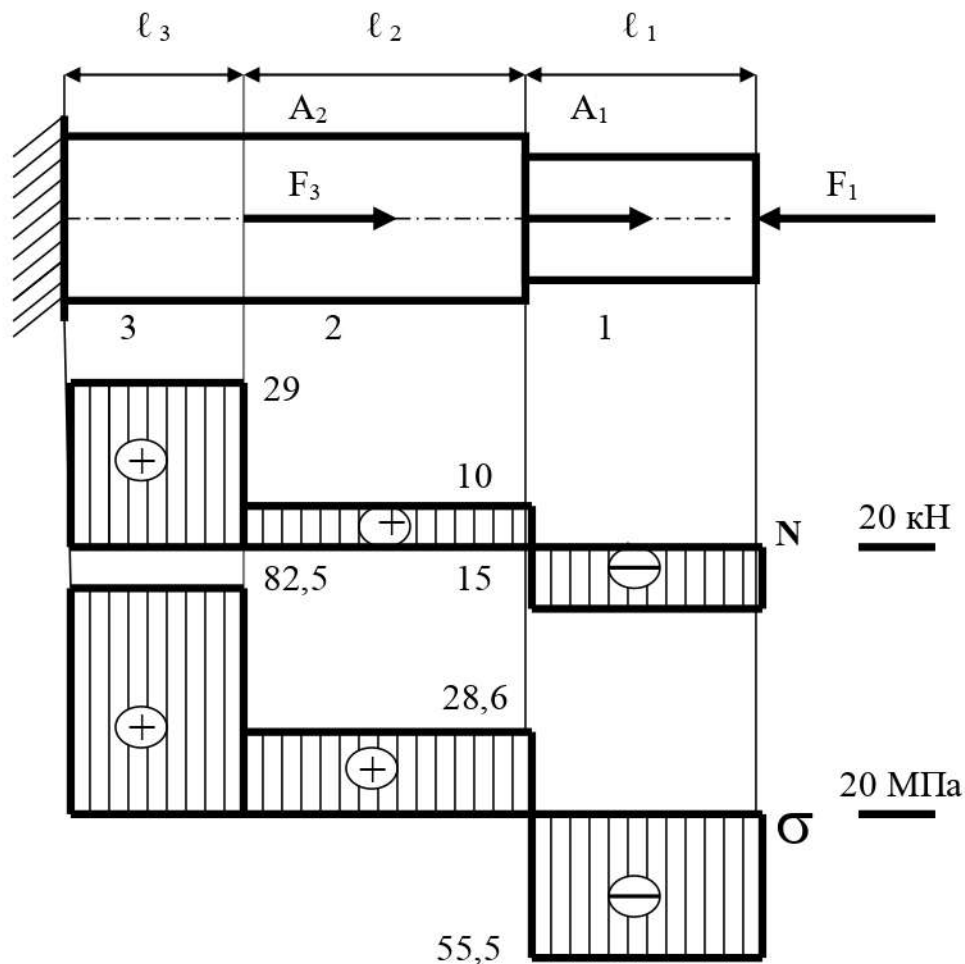


Рис. 9

### 1. Побудова епюр $N$ , $\sigma$

1.1 проводимо базову лінію і ділимо її на ділянки 1, 2, 3 з вільного кінця бруса;

1.2 визначаємо поздовжню силу  $N_i$  та  $\sigma_i$  на кожній ділянці бруса:

$$N_1 = -F_1 = -15 \text{ [кН]}$$

$$N_2 = -F_1 + F_2 = -15 + 25 = 10 \text{ [кН]}$$

$$N_3 = -F_1 + F_2 + F_3 = -15 + 25 + 19 = 29 \text{ [кН]}$$

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{-15 \cdot 10^3}{270} = -55,5 \text{ [МПа]}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{10 \cdot 10^3}{350} = 28,6 \text{ [МПа]}$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{29 \cdot 10^3}{350} = 82,5 \text{ [МПа]}$$

Висновок: небезпечна ділянка 3, тобто  $\sigma_{н.д.} = \sigma_3 = 82,5 \text{ [МПа]}$

2. Перевіряємо міцність небезпечної ділянки і коефіцієнт запасу міцності.

$$\sigma_{н.д.} = \sigma_3 = \frac{N_3}{A_2} \leq [\sigma]$$

$$\sigma_{\text{н.д.}} = \frac{29 \cdot 10^3}{350} = 82,5 \text{ [МПа]} < 240 \text{ [МПа]};$$

$$n = [\sigma] / \sigma_{\text{н.д.}} = \frac{240}{82,5} = 2,9 > 2,7$$

Висновок: небезпечна ділянка відповідає умові міцності з коефіцієнтом запасу міцності  $n = 2,9$ .

$$3. \text{ Визначаємо деформацію бруса: } \Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l_1}{A_1 \cdot E} = \frac{-15 \cdot 10^3 \cdot 0,6 \cdot 10^3}{270 \cdot 2 \cdot 10^5} = -0,16 \text{ [мм]}$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l_2}{A_2 \cdot E} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 0,8 \cdot 10^3}{350 \cdot 2 \cdot 10^5} = 0,11 \text{ [мм]}$$

$$\Delta l_3 = \frac{N_3 \cdot l_3}{A_2 \cdot E} = \frac{29 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \cdot 10^3}{350 \cdot 2 \cdot 10^5} = 0,2 \text{ [мм]}$$

$$\Delta l = \sum \Delta l_i = -0,16 + 0,11 + 0,2 = 0,15 \text{ [мм]}.$$

Висновок: навантажений брус видовжився на  $\Delta l = 0,15 \text{ [мм]}$ .

До задач 41 - 50. Розв'язання п'ятої задачі контрольної роботи №1 потребує вивчення теми "Кручення" та розбору розв'язаного прикладу 7.

Відповідно з міжнародною системою одиниць (СІ) задану в умові частоту обертання  $n$ , об/хв треба виразити в одиницях кутової швидкості  $\omega$ , (рад/с), застосувавши формулу  $\omega = \pi n / 30 \text{ [рад/с]}$ .

Залежність між потужністю  $P$ , кВт, кутовою швидкістю  $\omega$ , рад/с і зовнішнім моментом  $M_{\text{об.}}$ , Нм, який скручує вал, має вигляд  $M_{\text{об.}} = P / \omega \text{ [Нм]}$ .

Кут закручування валу або окремих його ділянок знаходиться за формулою Гука  $\varphi = \frac{M_K \cdot \ell}{I_P \cdot G} \text{ [рад]}$  та  $\varphi^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{M_K \cdot \ell}{I_P \cdot G} \text{ [град]}$ ,

де  $I_P$  – полярний момент інерції перерізу – геометрична характеристика перерізу, визначається  $I_P = 0,1 \cdot d^4 \text{ [мм}^4\text{]}$ .

**Приклад 7.** Для заданої схеми навантаження сталевого валу (Рис. 10):

1. побудувати епюру крутних моментів;
2. визначити діаметр валу на кожній ділянці та відтворити ескіз валу;
3. визначити кут закручення валу та ділянок.

Прийняти: потужність на зубчатих колесах  $P_2 = 0,5P_1$ ,  $P_3 = 0,3P_1$ ,  $P_4 = 0,2P_1$ , допустиму напругу кручення матеріалу  $[\tau_K] = 30 \text{ [МПа]}$  та фізичну сталу матеріалу  $G = 8 \cdot 10^4 \text{ [МПа]}$ .

Кутова швидкість $\omega_1$ , рад/сек	Потужність $P_1$ , кВт
50	10

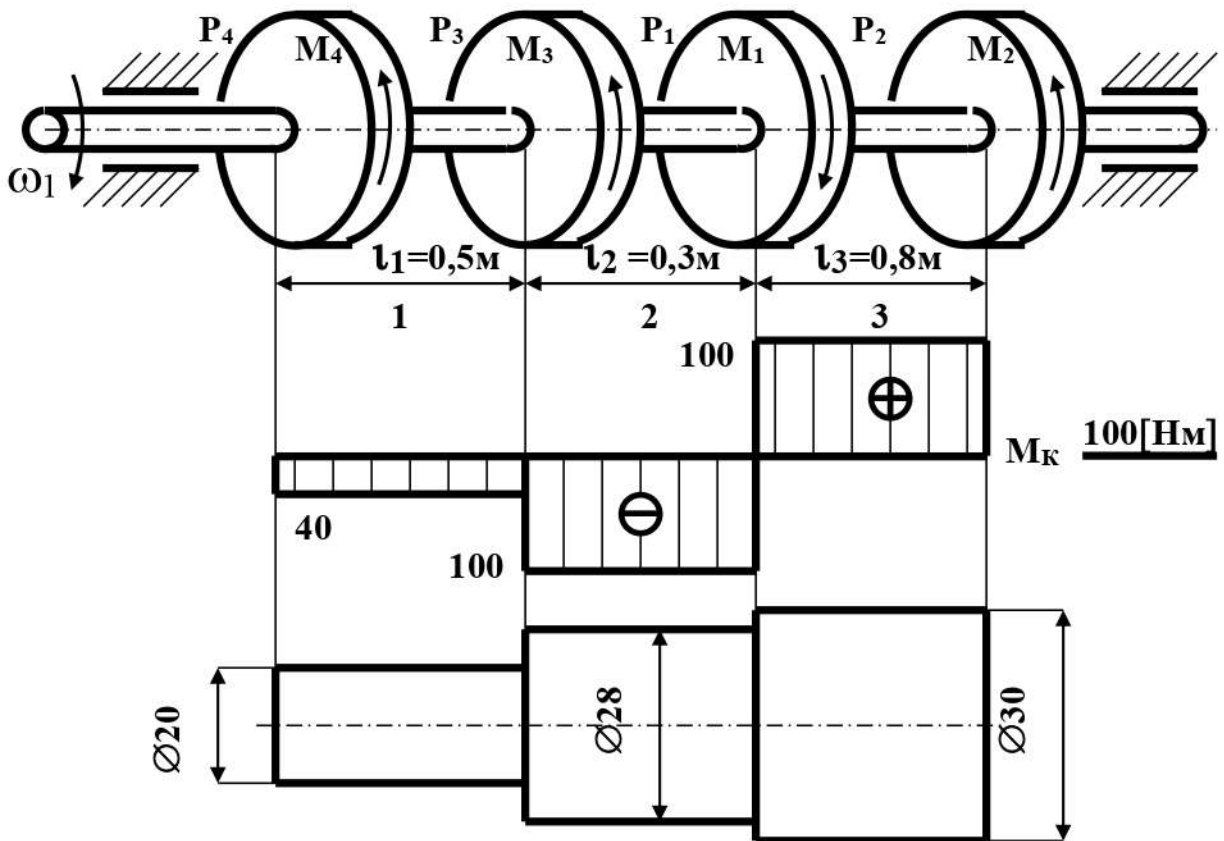


Рис.10

1. Будемо епюру крутних моментів.

1.1 Визначаємо зовнішні обертальні моменти

$$\left. \begin{aligned}
 M_1 &= \frac{P_1}{\omega_1} = \frac{10 \cdot 10^3}{50} = 200 [Hm] \\
 M_2 &= \frac{P_2}{\omega_1} = \frac{0,5 \cdot P_1}{\omega_1} = 100 [Hm] \\
 M_3 &= \frac{P_3}{\omega_1} = \frac{0,3 \cdot P_1}{\omega_1} = 60 [Hm] \\
 M_4 &= \frac{P_4}{\omega_1} = \frac{0,2 P_1}{\omega_1} = 40 [Hm]
 \end{aligned} \right\} \begin{aligned}
 &\text{Перевіряємо статичну рівновагу валу } \sum M_i = 0 \\
 &- M_4 - M_3 + M_1 - M_2 = 0 \\
 &- 40 - 60 + 200 - 100 = 0
 \end{aligned}$$

**Висновок:** схема навантаження валу відповідає умові статичної рівноваги.

1.2 Визначаємо крутні моменти на кожній ділянці валу та відкладаємо їх величини в масштабі відносно базової лінії  $M_K$

Для побудови епюри круглих моментів проведемо базову лінію паралельно осі валу і, користуючись методом перерізів, знайдемо значення крутного моменту на кожній ділянці, відкладемо знайдені значення перпендикулярно відносно базової лінії в масштабі.

$$M_{K1} = - M_4 = - 40 [Hm]$$

$$M_{K2} = - M_4 - M_3 = - 40 - 60 = - 100 [Hm]$$

$$M_{K3} = - M_4 - M_3 + M_1 = - 40 - 60 + 200 = 100 [Hm]$$

**Висновок:** небезпечні ділянки 2 і 3.  $M_{K_{н.д.}} = |M_2| = |M_3| = |100| [Hm]$

2. Визначаємо діаметри на ділянках валу за умовою міцності крученню

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= \sqrt[3]{\frac{M_{K1}}{0,2 \cdot [\tau_K]}} = \sqrt[3]{\frac{40 \cdot 10^3}{0,2 \cdot 30}} = 18,84 [\text{мм}] \\ d_2 &= \sqrt[3]{\frac{M_{K2}}{0,2 \cdot [\tau_K]}} = \sqrt[3]{\frac{100 \cdot 10^3}{0,2 \cdot 30}} = 25,6 [\text{мм}] \\ d_3 &= \sqrt[3]{\frac{M_{K2}}{0,2 \cdot [\tau_K]}} = \sqrt[3]{\frac{100 \cdot 10^3}{0,2 \cdot 30}} = 25,6 [\text{мм}] \end{aligned} \right\} \text{Приймаємо: } \begin{aligned} d_1 &= 20 [\text{мм}] \\ d_2 &= 28 [\text{мм}] \\ d_3 &= 30 [\text{мм}] \end{aligned}$$

3. Визначаємо деформацію кручення валу – кут закручення:

$$\varphi = \sum \varphi_i ; \quad \varphi_i = \frac{M_{Ki} \cdot \ell_i}{I_{Pi} \cdot G} [\text{рад}]; \quad \varphi_i^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{M_{Ki} \cdot \ell_i}{I_{Pi} \cdot G} [\text{град}].$$

$$\varphi_1 = \frac{M_{K1} \cdot \ell_1}{I_{P1} \cdot G} = \frac{-40 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \cdot 10^3}{1,6 \cdot 10^4 \cdot 8 \cdot 10^4} = -0,016 [\text{рад}] = -\frac{180^\circ}{3,14} \cdot 0,016 = -0,9^\circ$$

$$I_{P1} = 0,1 \cdot d_1^4 = 0,1 \cdot 20^4 = 1,6 \cdot 10^4 [\text{мм}^4]$$

$$\varphi_2 = \frac{M_{K2} \cdot \ell_2}{I_{P2} \cdot G} = \frac{-100 \cdot 10^3 \cdot 0,3 \cdot 10^3}{6,15 \cdot 10^4 \cdot 8 \cdot 10^4} = -0,006 [\text{рад}] = -\frac{180^\circ}{3,14} \cdot 0,006 = -0,35^\circ$$

$$I_{P2} = 0,1 \cdot d_2^4 = 0,1 \cdot 28^4 = 6,15 \cdot 10^4 [\text{мм}^4]$$

$$\varphi_3 = \frac{M_{K3} \cdot \ell_3}{I_{P3} \cdot G} = \frac{100 \cdot 10^3 \cdot 0,8 \cdot 10^3}{8,1 \cdot 10^4 \cdot 8 \cdot 10^4} = 0,012 [\text{рад}] = \frac{180^\circ}{3,14} \cdot 0,012 = 0,68^\circ$$

$$I_{P3} = 0,1 \cdot d_3^4 = 0,1 \cdot 30^4 = 8,1 \cdot 10^4 [\text{мм}^4]$$

**Висновок:** кут скручування валу  $\varphi = -0,9^\circ - 0,35^\circ + 0,68^\circ = -0,57^\circ$

**До задач 51 - 60.** Розв'язання шостої задачі контрольної роботи №1 потребує вивчення теми "Згин" та розбору прикладу 8 даного посібника.

При прямому поперечному згині у поперечних перерізах балки виникає два внутрішніх фактори – поперечна сила  $Q$  та згинаючий момент  $M_{зг.}$ . Поперечна сила у будь-якому поперечному перерізі, чисельно дорівнює алгебраїчній сумі зовнішніх сил, діючих з однієї сторони перерізу.

Згинаючий момент у будь-якому поперечному перерізі чисельно дорівнює алгебраїчній сумі моментів зовнішніх сил, взятих з однієї сторони перерізу відносно цього перерізу балки.

Для наочного зображення розподілу вздовж осі балки поперечних сил і згинаючих моментів будують епюри. Для балок, які мають багато ділянок навантажень, епюри будують за характерними точками і значеннями поперечних сил і згинаючих моментів на межах ділянок.

Небезпечний переріз визначають за епюрою згинаючих моментів – найбільше відхилення від базової лінії  $M_{зг}$  по абсолютній величині момент  $|M_{зг.н.п.} [\text{Нм}]|$ .

Умова міцності при згині передбачає, щоб нормальна напруга згину у небезпечному перерізі не перевищувала допустимої нормальної напруги розтягу (стиску) матеріалу конструкції

$$\sigma_{зг.} = \frac{M_{зг.н.п.}}{W_x} \leq [\sigma],$$

де  $W_x = 0,1d^3 [\text{мм}^3]$  осьовий момент геометрична характеристика опору крайніх волокон перерізу згину.



**Приклад 8.** Для заданої сталевий  $[\sigma] = 160$  [МПа] балки (рис. 11) на двох шарнірних опорах побудувати епюри поперечних сил і згинаючих моментів та визначити розміри прямокутного ( $h=2b$ ) перерізу балки.

M, кНм	F <sub>1</sub> , кН	F <sub>2</sub> , кН	a, м	b, м	c, м
30	100	50	4	2	3

1. Визначаємо реакції опор балки  $R_A, R_B$

$$\begin{cases} \sum M_A(F_i) = 0 \\ \sum M_B(F_i) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_1 \cdot a - R_B \cdot (a + b) + M + F_2 \cdot (a + b + c) = 0 \\ R_A \cdot (a + b) - F_1 \cdot b + M + F_2 \cdot c = 0 \end{cases}$$

$$R_B = \frac{F_1 \cdot a + M + F_2 \cdot (a + b + c)}{a + b} = \frac{100 \cdot 4 + 30 + 50 \cdot (4 + 2 + 3)}{4 + 2} = 146,67 [\text{кН}]$$

$$R_A = \frac{F_1 \cdot b - M - F_2 \cdot c}{a + b} = \frac{100 \cdot 2 - 30 - 50 \cdot 3}{4 + 2} = 3,33 [\text{кН}]$$

Перевірка  $\sum F_{iy} = 0$ ;  $R_A - F_1 + R_B - F_2 = 3,33 - 100 + 146,67 - 50 = 0$

Висновок: реакції опор балки за величиною і напрямком визначені вірно

$$\begin{cases} R_A = 3,33 [\text{кН}] \\ R_B = 146,67 [\text{кН}] \end{cases}$$

2. Будуємо епюри  $Q, M_{зг}$

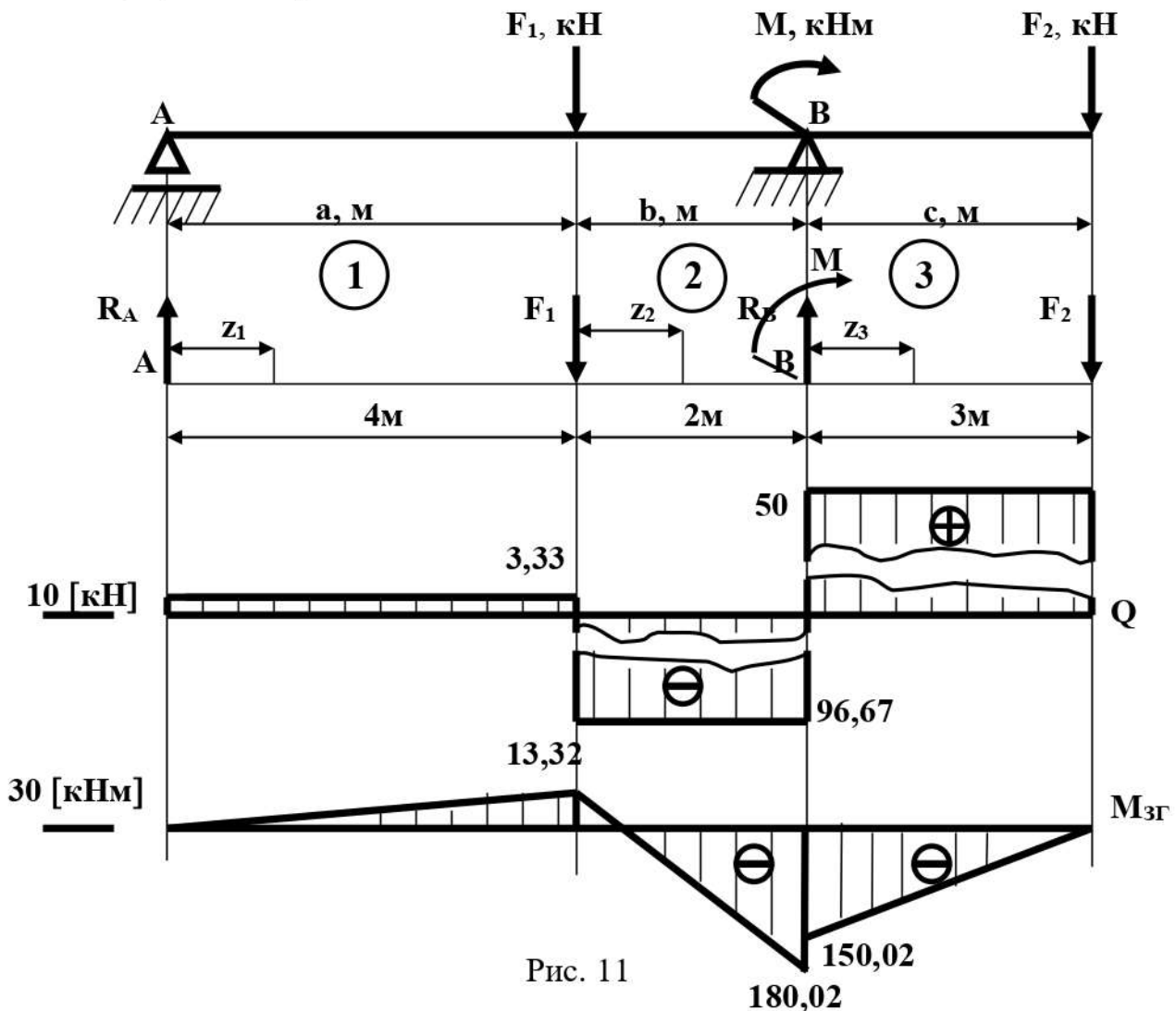
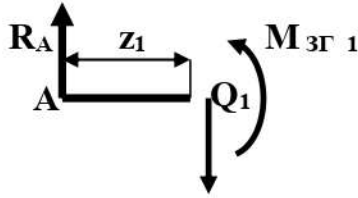


Рис. 11

- 2.1 Проектуємо балку по всій довжині і встановлюємо базові лінії  $Q$ ,  $M_{зг}$ ;  
 2.2 Базові лінії  $Q$ ,  $M_{зг}$  діляться на ділянки **1**, **2**, **3** залежно від точок прикладення навантаження  $R_A$ ,  $F_1$ ,  $R_B$ ,  $F_2$ ,  $M$ ;  
 2.3 Визначаємо внутрішні силові фактори  $Q_i$ ,  $M_{зг_i}$  на кожній ділянці та відкладаємо їх величини масштабні в відносно базових ліній.

$$0 < z_1 < 4$$



$$z = 0$$

$$Q_1 = R_A = 3,33 \text{ [кН]}$$

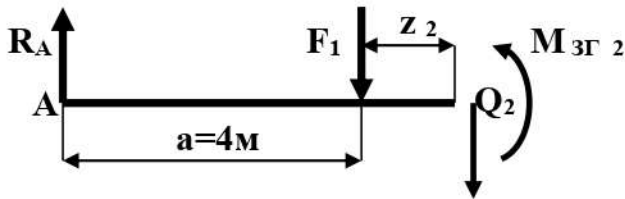
$$M_{зг1} = R_A z_1$$

$$M_{зг1} = 0$$

$$M_{зг1} = R_A \cdot 4 = 13,32 \text{ [кНм]}$$

$$z = 4$$

$$0 < z_2 < 2$$



$$z = 0$$

$$Q_2 = R_A - F_1 = 3,33 - 100 = -96,67 \text{ [кН]}$$

$$M_{зг2} = R_A (4 + z_2) - F_1 \cdot z_2$$

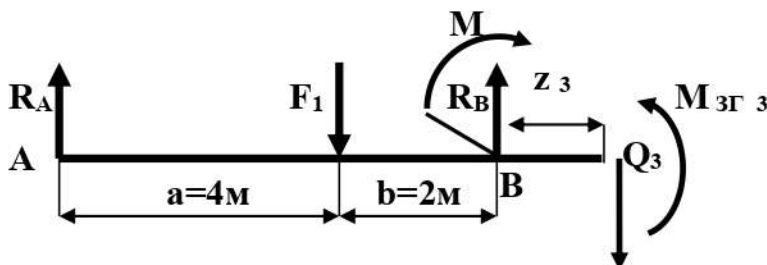
$$M_{зг2} = R_A \cdot 4 = 13,32 \text{ [кНм]}$$

$$25$$

$$M_{зг2} = R_A (4 + 2) - F_1 \cdot 2 = -180,02 \text{ [кНм]}$$

$$z = 2$$

$$0 < z_3 < 3$$



$$z = 0$$

$$Q_3 = R_A - F_1 + R_B = 50 \text{ [кН]}$$

$$M_{зг3} = R_A (4 + 2 + z_3) - F_1 (2 + z_3) + M + R_B \cdot z_3$$

$$M_{зг3} = R_A (4 + 2) - F_1 \cdot 2 + M = -150,02 \text{ [кНм]}$$

$$z = 3 \quad M_{зг3} = R_A (4 + 2 + 3) - F_1 (2 + 3) + M + R_B \cdot 3 = 0 \text{ (похибка } 0,02)$$

Висновок: небезпечний переріз у т. В.  $M_{зг.н.п.} = |180,02| \text{ [кНм]}$ .

3.2 Визначаємо прямокутний переріз ( $b=2h$ ) за небезпечним перерізом:

$$b = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot M_{зг.н.п.}}{2 \cdot [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 180,02 \cdot 10^6}{2 \cdot 160}} = 130 \text{ [мм]}$$

Висновок: прямокутний переріз із сторонами

$$b = 130 \text{ [мм];} \quad h = 260 \text{ [мм]}.$$

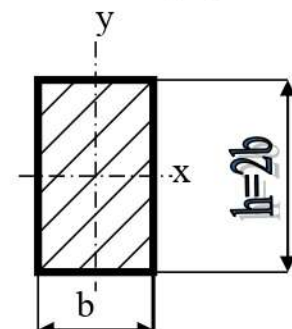


Рис. 12

### 5 Завдання до контрольної роботи №1

**Задачі 1-10** (Рис.13, табл. 2) Визначити реакції в'язей жорстких стержнів кронштейна. Кронштейн утримує в рівновазі вантажі  $F_1$  та  $F_2$  або вантаж  $F_1$  та розтягнуту пружину, сила пружності якої  $F_2$ . Вагою частин конструкції нехтувати.

Таблиця 2

Варіант			№ задачі	№ схеми	$F_1$ кН	$F_2$ кН
01	34	67	1	1	15	5
02	35	68	2	2	5	9
03	36	69	3	3	11	7
04	37	70	4	4	13	7
05	38	71	5	5	7	3
06	39	72	6	6	11	5
07	40	73	7	7	3	7
08	41	74	8	8	15	3
09	42	75	9	9	3	9
10	43	76	10	10	10	3
11	44	77	1	1	20	6
12	45	78	2	2	4	10
13	46	79	3	3	12	6
14	47	80	4	4	16	8
15	48	81	5	5	10	4
16	49	82	6	6	14	4
17	50	83	7	7	2	8
18	51	84	8	8	18	4
19	52	85	9	9	4	12
20	53	86	10	10	6	16
21	54	87	1	1	15	5
22	55	88	2	2	5	9
23	56	89	3	3	11	7
24	57	90	4	4	13	7
25	58	91	5	5	7	3
26	59	92	6	6	11	5
27	60	93	7	7	3	7
28	61	94	8	8	13	7
29	62	95	9	9	7	3
30	63	96	10	10	11	5
31	64	97	1	1	3	7
32	65	98	2	2	15	3
33	66	99	3	3	3	9
		00	4	4	10	3

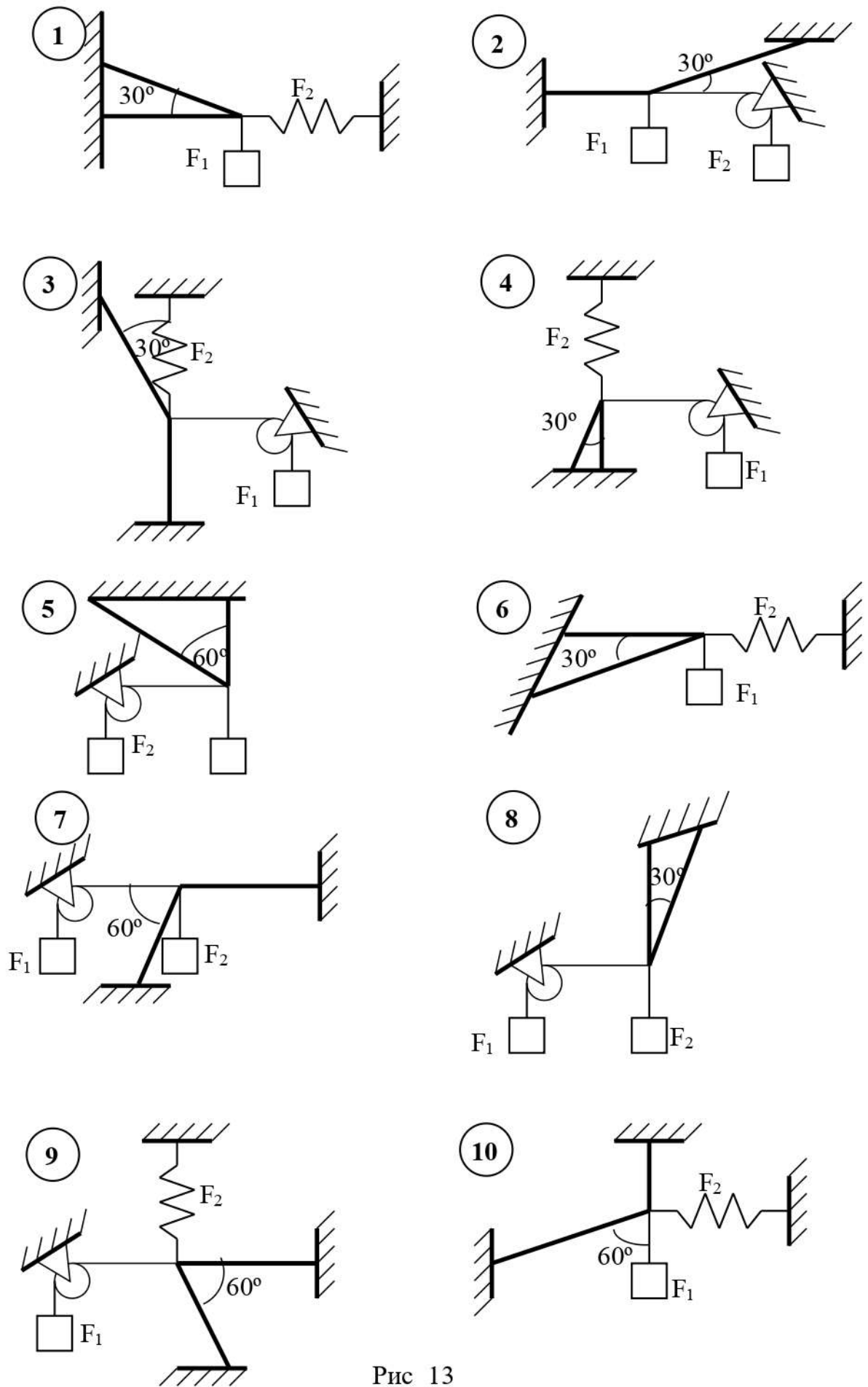


Рис 13

**Задачі 11-20** (Рис.14, табл. 3) Балка на двох шарнірах або на одному шарнірі з підтримкою у горизонтальному положенні жорстким стержнем, навантажена силами  $F_1$  і  $F_2 = 0,6 F_1$  та моментом  $M$  пари сил. Визначити реакції опор та реакцію в'язі жорсткого стержня.

Таблиця 3

Варіант			№ задачі	№ схеми	M, кНм	$F_1$ , кН	$\alpha$ , град	$a$ , м	$b$ , м	$c$ , м
01	34	67	21	1	8	10	30	1	3	5
02	35	68	22	2	10	20	45	2	5	6
03	36	69	23	3	12	30	60	3	4	5
04	37	70	24	4	12	40	45	3	4	7
05	38	71	25	5	10	10	60	2	5	6
06	39	72	26	6	8	20	30	1	3	6
07	40	73	27	7	6	30	45	1	4	6
08	41	74	28	8	8	40	30	1	2	5
09	42	75	29	9	8	20	60	2	4	6
10	43	76	30	10	10	10	45	2	5	8
11	44	77	21	1	15	20	30	3	6	8
12	45	78	22	2	20	30	60	2	5	6
13	46	79	23	3	10	40	45	1	4	5
14	47	80	24	4	8	50	30	3	6	7
15	48	81	25	5	12	20	60	2	5	8
16	49	82	26	6	6	30	45	1	4	6
17	50	83	27	7	10	40	30	4	6	8
18	51	84	28	8	8	10	30	1	3	5
19	52	85	29	9	10	20	45	2	5	6
20	53	86	30	10	12	30	60	3	4	5
21	54	87	21	1	12	40	45	3	4	7
22	55	88	22	2	10	10	60	2	5	6
23	56	89	23	3	8	20	30	1	3	6
24	57	90	24	4	6	30	45	1	4	6
25	58	91	25	5	8	40	30	1	2	5
26	59	92	26	6	8	20	60	2	4	6
27	60	93	27	7	10	10	45	2	5	8
28	61	94	28	8	15	20	30	3	6	8
29	62	95	29	9	20	30	60	2	5	6
30	63	96	30	10	10	40	45	1	4	5
31	64	97	21	1	8	50	30	3	6	7
32	65	98	22	2	12	20	60	2	5	8
33	66	99	23	3	6	30	45	1	4	6
		00	24	4	10	40	30	4	6	8



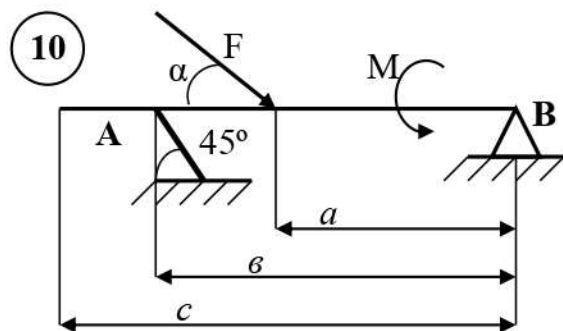
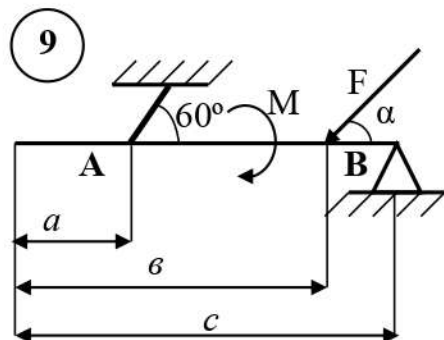
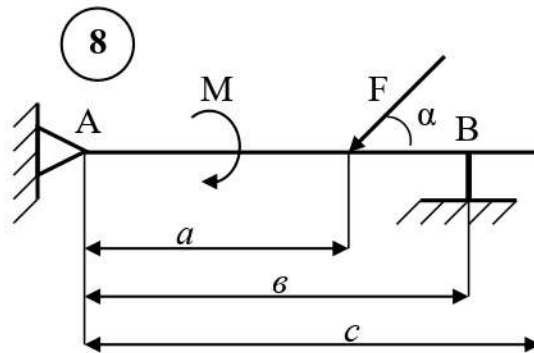
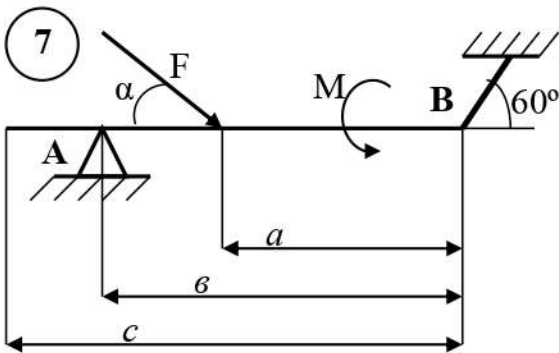
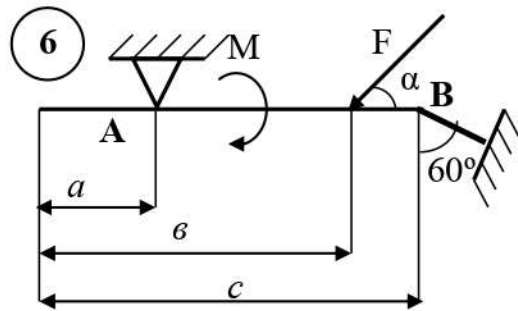
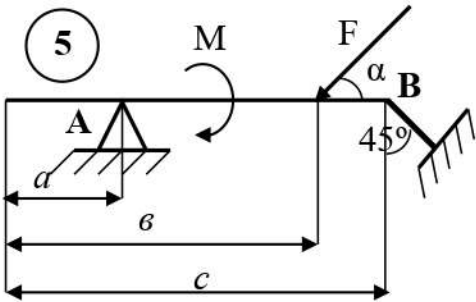
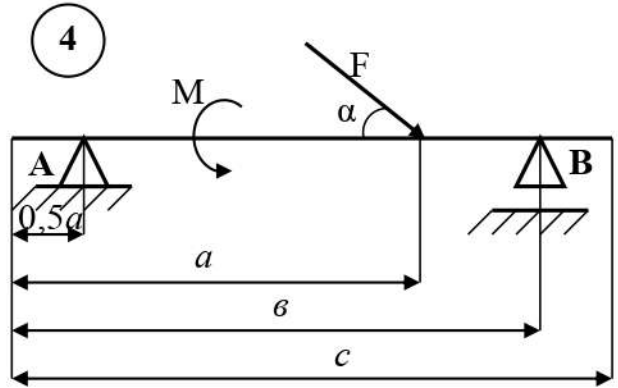
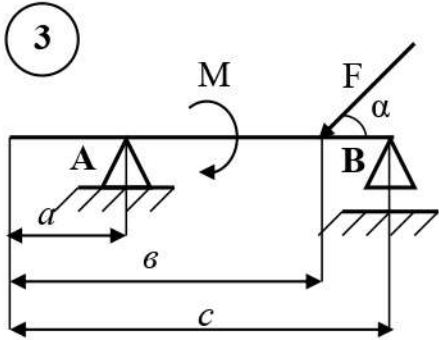
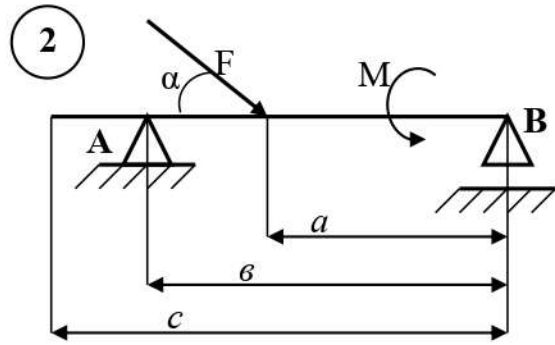
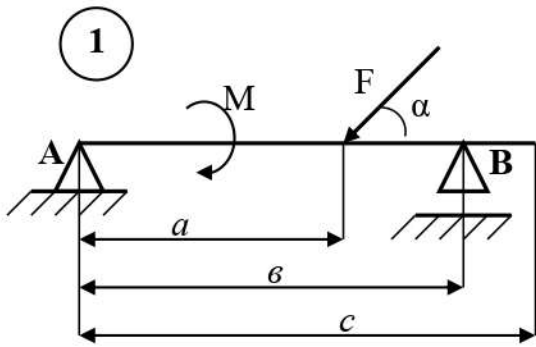


Рис. 14

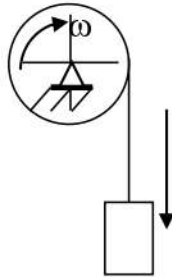
**Задачі 21-30** (Рис.15, табл. 4)

**Задачі 21-25** (Рис. 15,а) Вертикальне переміщення вантажу масою  $m$  відбувається лебідкою, барабан якої діаметром  $d$  і коефіцієнт корисної дії лебідки  $\eta$ . Рівняння руху вантажу  $s = f(t)$  або  $\varphi = f(t)$ , де  $s$  – в метрах,  $\varphi$  – в радіанах і  $t$  – в секундах. Визначити потужність двигуна лебідки  $P_{дв.}$  за час руху вантажу  $t$ .

**Задачі 26-30** (Рис. 15,б) Переміщення вантажу масою  $m$  по горизонтальній площині відбувається лебідкою, барабан якої діаметром  $d$ , коефіцієнт корисної дії лебідки  $\eta$  та коефіцієнтом тертя ковзання між вантажем і площиною  $f$ . Рівняння руху вантажу  $s = f(t)$  або  $\varphi = f(t)$ , де  $s$  – в метрах,  $\varphi$  – в радіанах і  $t$  – в секундах.

Визначити потужність двигуна лебідки  $P_{дв.}$  за час руху вантажу  $t$ .

21-25, а)



26-30, б)

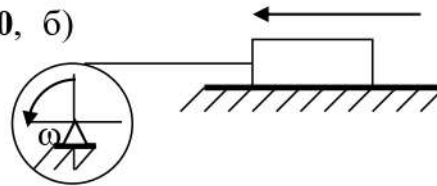


Рис 15

Таблиця 4

Варіант						№ задачі	Рівняння руху	$\eta$	$f$	d	m	t
										м	кг	с
01	18	35	52	69	86	21	$\varphi = 15t + 5t^2$	0,75	-	0,3	300	3
02	19	36	53	70	87	26	$\varphi = 35t - 3t^2$	0,8	0,3	0,3	500	2
03	20	37	54	71	88	22	$\varphi = 15t + 7t^2$	0,75	-	0,3	700	3
04	21	38	55	72	89	27	$\varphi = 30t - 5t^2$	0,8	0,3	0,3	900	2
05	22	39	56	73	90	23	$s = 5t + 0,7t^2$	0,75	-	0,3	400	3
06	23	40	57	74	91	28	$s = 7t - 0,9t^2$	0,8	0,3	0,3	900	2
07	24	41	58	75	92	24	$s = 3t + 1,5t^2$	0,75	-	0,3	700	3
08	25	42	59	76	93	29	$s = 9t - 1,1t^2$	0,8	0,3	0,3	300	2
09	26	43	60	77	94	25	$\varphi = 19t + 3t^2$	0,75	-	0,3	500	3
10	27	44	61	78	95	30	$\varphi = 23t - 3t^2$	0,8	0,3	0,3	700	2
11	28	45	62	79	96	21	$\varphi = 20t + 8t^2$	0,75	-	0,3	900	1
12	29	46	63	80	97	26	$\varphi = 20t - 4t^2$	0,8	0,3	0,3	400	1
13	30	47	64	81	98	22	$\varphi = 10t + 6t^2$	0,75	-	0,3	900	1
14	31	48	65	82	99	27	$\varphi = 18t - 2t^2$	0,8	0,3	0,3	700	2
15	32	49	66	83	00	23	$s = 2t + 0,6t^2$	0,75	-	0,3	300	3
16	33	50	67	84		28	$s = 4t - 0,8t^2$	0,8	0,3	0,3	500	2
17	34	51	68	85		24	$s = 2t + t^2$	0,75	-	0,3	700	3

**Задачі 31-40** (Рис.16, табл. 5) Розрахувати навантажений осьовими силами двоступінчастий сталевий брус  $\sigma = 240[\text{МПа}]$ ;  $E = 2 \cdot 10^5[\text{МПа}]$  :

- 1 побудувати епюри поздовжніх сил та нормальних напружень;
- 2 визначити коефіцієнт запасу міцності небезпечної ділянки;
- 3 визначити деформацію навантаженого бруса.

Таблиця 5

Варіант			№ задачі	№ схеми	F <sub>1</sub> , кН	F <sub>2</sub> , кН	F <sub>3</sub> , кН	A <sub>1</sub> , мм <sup>2</sup>	A <sub>2</sub> , мм <sup>2</sup>	a, м	b, м	c, м
01	34	67	31	1	12	6	12	120	260	2	4	6
02	35	68	32	2	13	5	12	110	270	2	4	5
03	36	69	33	3	11	8	13	130	280	2	3	1
04	37	70	34	4	10	9	14	125	250	4	5	5
05	38	71	35	5	15	7	30	100	320	2	1	3
06	39	72	36	6	14	8	27	125	310	1	2	3
07	40	73	37	7	16	9	27	130	300	2	3	2
08	41	74	38	8	15	7	28	140	350	2	4	7
09	42	75	39	9	18	9	22	160	360	2	5	6
10	43	76	40	10	17	8	23	150	350	1	3	2
11	44	77	31	1	16	7	24	155	370	1	4	2
12	45	78	32	2	13	10	23	160	380	2	1	1
13	46	79	33	3	18	5	50	120	310	1	2	5
14	47	80	34	4	17	6	50	120	320	2	3	1
15	48	81	35	5	16	6	40	130	300	2	7	1
16	49	82	36	6	15	7	50	120	290	2	4	8
17	50	83	37	7	20	8	40	140	350	6	8	3
18	51	84	38	8	20	8	50	140	340	5	5	4
19	52	85	39	9	20	7	60	150	330	5	7	5
20	53	86	40	10	80	8	40	160	360	4	8	6
21	54	87	31	1	20	10	50	130	410	1	3	6
22	55	88	32	2	20	9	60	120	400	2	4	5
23	56	89	33	3	12	10	40	130	420	3	5	4
24	57	90	44	4	63	12	55	100	300	1	2	4
25	58	91	45	5	62	20	60	150	400	1	1	2
26	59	92	36	6	30	5	40	100	400	2	2	5
27	60	93	37	7	40	8	50	190	600	3	5	1
28	61	94	38	8	50	10	30	200	250	1	2	3
29	62	95	39	9	14	5	44	190	290	2	2	4
30	63	96	40	10	15	20	50	200	300	3	2	5
31	64	97	31	1	20	20	20	155	260	2	4	6
32	65	98	32	2	20	10	19	160	270	2	4	5
33	66	99	33	3	12	20	18	120	280	2	3	1
		00	34	4	63	30	17	120	250	4	5	5

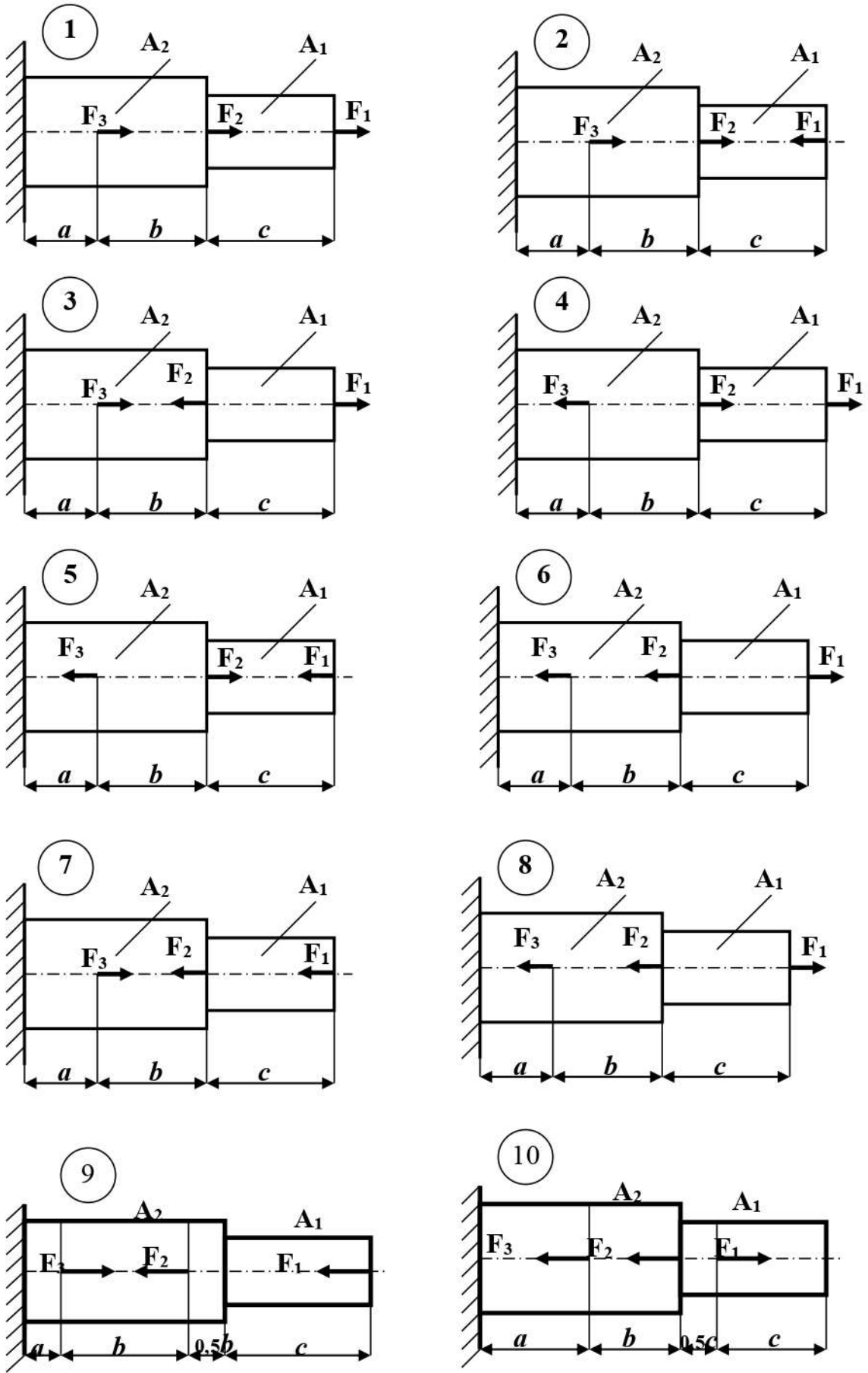


Рис. 16

**Задачі 41-50** (Рис.17, табл. 6) Для заданої схеми навантаження сталевого  $G = 8 \cdot 10^4$  МПа,  $[\tau_k] = 30$  МПа валу побудувати епюру крутних моментів; визначити діаметри валу на кожній ділянці і кут закручування.

Потужність на колесах валу прийняти  $P_2 = 0,5P_1$ ,  $P_3 = 0,3P_1$ ,  $P_4 = 0,2P_1$ .

Таблиця 6

Варіант			№ задачі	№ схеми	$\omega, \frac{рад}{сек}$	$P_1, кВт$
01	34	67	41	1	22	14
02	35	68	42	2	40	18
03	36	69	43	3	24	12
04	37	70	44	4	18	40
05	38	71	45	5	35	32
06	39	72	46	6	45	10
07	40	73	47	7	40	18
08	41	74	48	8	32	27
09	42	75	49	9	10	25
10	43	76	50	10	50	48
11	44	77	41	1	18	38
12	45	78	42	2	42	20
13	46	79	43	3	50	30
14	47	80	44	4	30	22
15	48	81	45	5	35	32
16	49	82	46	6	35	40
17	50	83	47	7	40	16
18	51	84	48	8	22	14
19	52	85	49	9	40	18
20	53	86	50	10	24	12
21	54	87	41	1	18	40
22	55	88	42	2	35	32
23	56	89	43	3	45	10
24	57	90	44	4	40	18
25	58	91	45	5	32	27
26	59	92	46	6	10	25
27	60	93	47	7	50	48
28	61	94	48	8	18	38
29	62	95	49	9	42	20
30	63	96	50	10	50	30
31	64	97	41	1	30	22
32	65	98	42	2	35	32
33	66	99	43	3	35	40
		00	44	4	40	16



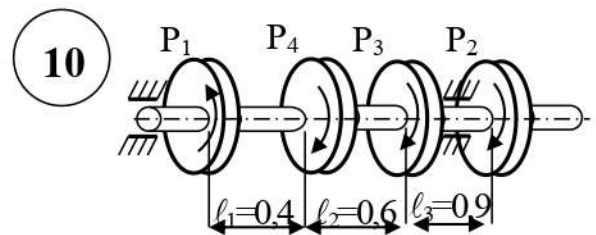
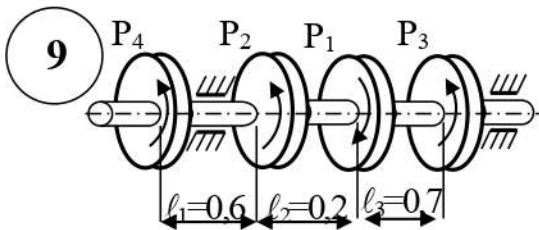
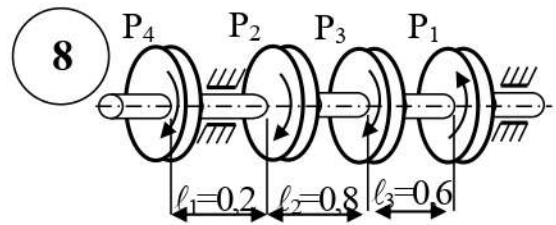
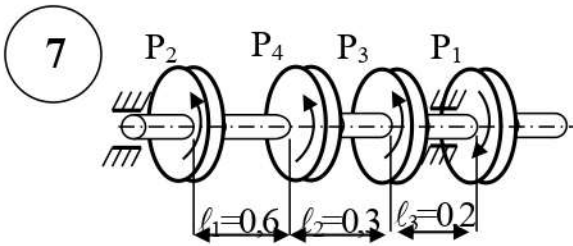
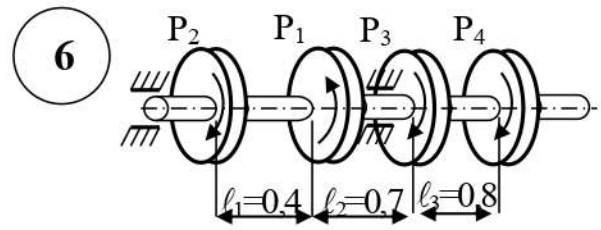
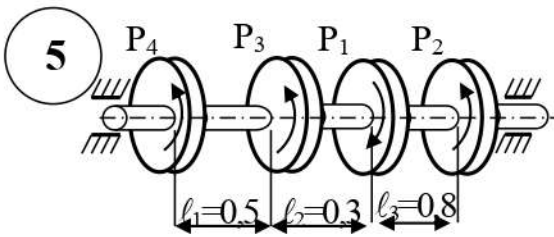
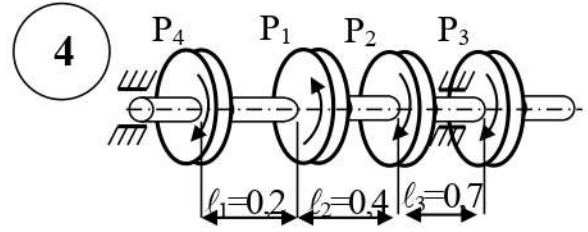
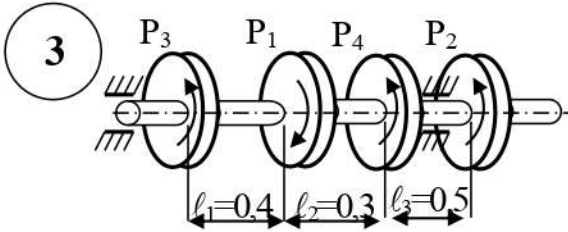
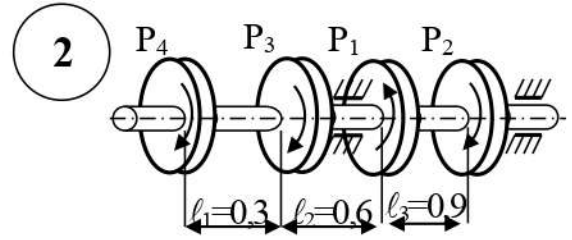
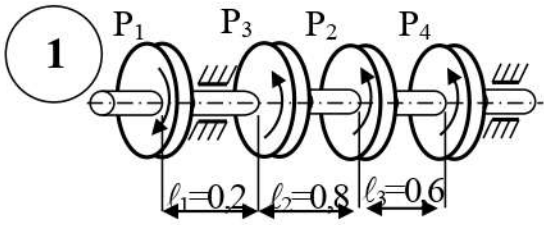


Рис.17

**Задачі 51-60** (Рис.18, табл. 7) Для заданої сталевोї  $\sigma = 240$ [МПа] балки на двох шарнірних опорах побудувати епюри поперечних сил і згинаючих моментів та визначити розміри перерізу балки.

Таблиця 7

Варіант			№ задачі	№ схеми	М, кНм	F <sub>1</sub> , кН	F <sub>2</sub> , кН	a, м	b, м	c, м
01	34	67	51	1	30	20	100	1	3	5
02	35	68	52	2	40	10	110	2	3	5
03	36	69	53	3	50	20	120	5	3	2
04	37	70	54	4	60	30	130	6	3	5
05	38	71	55	5	30	20	140	7	3	4
06	39	72	56	6	40	20	150	6	3	8
07	40	73	57	7	70	15	160	5	9	5
08	41	74	58	8	80	20	170	4	4	6
09	42	75	59	9	90	25	180	3	9	5
10	43	76	60	10	20	22	190	4	8	6
11	44	77	51	1	40	23	200	3	9	5
12	45	78	52	2	30	21	190	4	8	5
13	46	79	53	3	50	16	180	5	7	2
14	47	80	54	4	60	17	170	6	3	2
15	48	81	55	5	70	16	150	7	4	1
16	49	82	56	6	80	15	150	2	4	3
17	50	83	57	7	40	14	140	2	7	3
18	51	84	58	8	50	13	130	1	4	3
19	52	85	59	9	30	12	120	2	7	4
20	53	86	60	10	20	11	110	4	3	5
21	54	87	51	1	30	12	100	3	1	5
22	55	88	52	2	20	13	110	4	2	2
23	56	89	53	3	70	14	120	5	3	3
24	57	90	54	4	50	15	130	6	4	4
25	58	91	55	5	80	16	140	7	5	5
26	59	92	56	6	60	17	150	8	6	5
27	60	93	57	7	50	18	160	7	7	3
28	61	94	58	8	40	19	170	6	8	5
29	62	95	59	9	20	20	180	5	9	2
30	63	96	60	10	30	21	190	4	3	2
31	64	97	51	1	40	20	200	3	1	1
32	65	98	52	2	50	10	190	4	2	3
33	66	99	53	3	30	20	180	5	3	3
		00	54	4	20	30	170	6	4	3

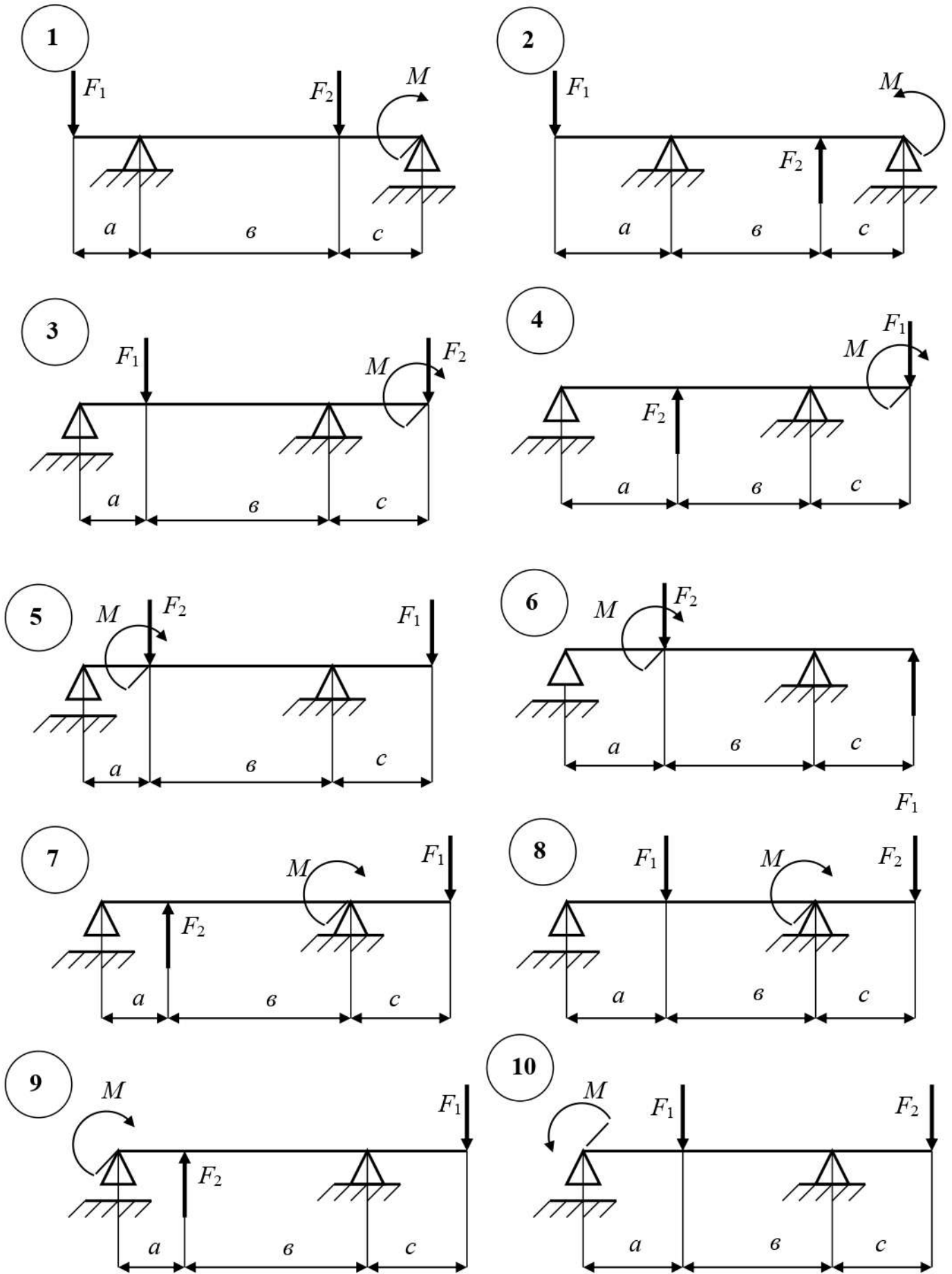


Рис. 18

## 6 Методичні вказівки до розв'язання задач з розділу "Деталі машин і механізмів"

Розв'язання задач з розділу "Деталі машин і механізмів" потребує чітке уявлення про:

- \* кінематичний розрахунок приводів: а) визначати кутові швидкості та моменти на валах приводу; передаточне відношення та ККД приводу; б) вибирати електродвигун по каталогу; в) робити розбивку передаточного відношення по ступеням передач;

- \* виконувати геометричні розрахунки параметрів зубчастих передач. Визначати сили у зачепленні зубчастих передач;

- \* конструювати опори з застосуванням підшипників кочення різних типів: вміти за допомогою довідників визначати значення коефіцієнтів радіального та осьового навантажень, допоміжного коефіцієнта  $e$ , перевіряти на довговічність;

- \* по заданому моменту та діаметрам валів вміти підбирати з'єднувальні муфти.

### Методичні вказівки до виконання контрольної роботи № 2

**Приклад 9.** (Рис.19) Привод складається з електродвигуна потужністю  $P_{дв}$ , кВт, з частотою обертання  $n_{дв}$ , об/хв., редуктора з передаточним числом  $u_p$  і ланцюгової передачі. Визначити: передаточні числа приводу і ступенів; кутові швидкості валів; коефіцієнти корисної дії приводу і ступенів; обертаючі моменти на валах.

Прийняти значення коефіцієнтів корисної дії:

підшипників кочення  $\eta_{п.к.} = 0,99$ ;

ланцюгової передачі  $\eta_{л.п.} = 0,95$ ;

зубчастої передачі  $\eta_{з.п.} = 0,97$ .

Потужність двигуна $P_{дв}$ , кВт	Частота оберту вала двигуна $n_{дв}$ , об/хв.	Передаточне число редуктора, $u_p$
3,5	970	2,5

1.1 Нумерація валів приводу

1.2 Передаточне число приводу

$$u_{пр} = u_{1-2} \cdot u_{2-3} = u_{л.п.} \cdot u_p = \frac{z_2}{z_1} \cdot 2,5 = \frac{43}{19} \cdot 2,5 = 2,26 \cdot 2,5 = 5,65$$

1.3 Кутові швидкості валів

$$\omega_{дв} = \omega_1 = \omega_{вх} = \frac{\pi \cdot n_{дв}}{30} = \frac{3,14 \cdot 970}{30} = 101,526 \frac{рад.}{сек}$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{u_{1-2}} = \frac{\omega_1}{u_{л.п.}} = \frac{101,53}{2,26} = 44,92 \frac{рад.}{сек.}$$

$$\omega_3 = \omega_{вих} = \frac{\omega_2}{u_{2-3}} = \frac{\omega_2}{u_p} = \frac{44,92}{2,5} = 17,97 \frac{рад.}{сек.}$$

Перевірка передаточного числа приводу

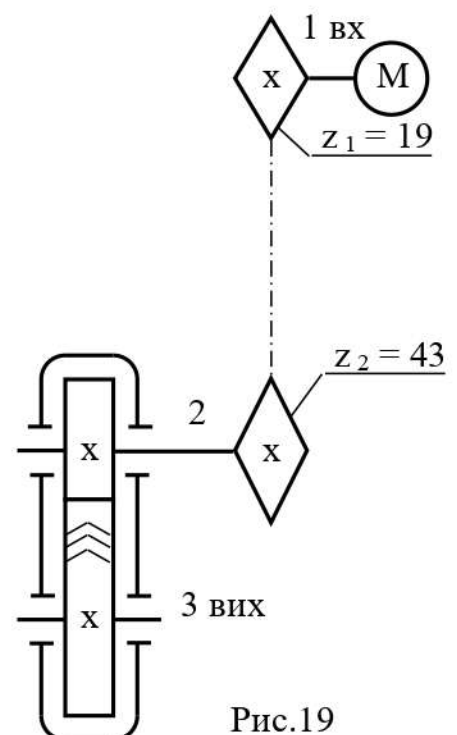


Рис.19

$$u_{np} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{\omega_{ex}}{\omega_{eux}} = \frac{101,526}{17,97} = 5,65$$

1.4 Коефіцієнт корисної дії приводу

$$\eta_{np} = \eta_{1-2} \cdot \eta_{2-3} = \eta_{л.п.} \cdot \eta_p = 0,95 \cdot 0,95 = 0,9$$

$$\eta_p = \eta_{з.п.} \cdot \eta_{п.к.}^2 = 0,97 \cdot 0,99^2 = 0,95$$

1.5 Обертаючі моменти на валах

$$M_{дв} = M_1 = \frac{P_{дв}}{\omega_{дв}} = \frac{P_1}{\omega_1} = \frac{3,5 \cdot 10^3}{101,526} = 34 \text{ Нм}$$

$$M_2 = M_1 \cdot \eta_{1-2} \cdot u_{1-2} = M_1 \cdot \eta_{л.п.} \cdot u_{л.п.} = 34 \cdot 0,95 \cdot 2,26 = 72,99 \text{ Нм}$$

$$M_3 = M_1 \cdot \eta_{np} \cdot u_{np} = M_1 \cdot \eta_{1-3} \cdot u_{1-3} = 34 \cdot 0,9 \cdot 5,65 = 172,89 \text{ Нм}$$

Результати кінематичного розрахунку приводу зводимо в таблицю.

Ступінь	Вал	Кутова швидкість $\omega$ , 1/с	Момент М, Нм
$u_{1-2} = u_{л.п.}$	1	101,526	34
	2	44,92	72,99
$u_{2-3} = u_p$	3	17,97	172,89

**Приклад 10.** Розрахунок редукторної передачі приводу. Розрахувати закриту шевронну циліндричну нереверсивну передачу.

Проектний розрахунок (за даними задачі прикладу 10) параметрів шевронної нереверсивної передачі редуктора приводу.

1 Визначаємо головний параметр – орієнтовну міжцентрову відстань

$$a_w \geq 430(u_p + 1) \cdot \sqrt[3]{\frac{M_3 \cdot K_{H\beta}}{\psi_{ва} \cdot u_p^2 [\sigma]_H^2}},$$

де –  $\psi_{ва} = v_2 / a_w = 0,4$ , коефіцієнт ширини колеса;

–  $u_p$ , передаточне число редуктора;

–  $M_3$ , обертальний момент на веденому валу редуктора, Нм;

–  $K_{H\beta} = 1$ , коефіцієнт нерівномірності навантаження;

–  $[\sigma]_H = 600$  МПа середня допустима контактна напруга матеріалів шестерні і колеса шевронної передачі редуктора, МПа

$$a_w \geq 430(2,5 + 1) \cdot \sqrt[3]{\frac{172,89 \cdot 1}{0,4 \cdot 2,5^2 \cdot 600^2}} = 90 \text{ мм}$$

2 Визначаємо нормальний модуль за емпіричним співвідношенням

$$m_n = (0,01 \div 0,02) \cdot a_w = (0,01 \div 0,02) \cdot 90 = (0,9 \div 1,8)$$

Одержане значення модуля  $m_n$  вибираємо зі стандартного ряду чисел



Таблиця 8 Ряди стандартних нормальних модулів

$m_n$ , мм	I ряд	1	1,5	2	2,5	3	4	5	6	8	10
	Пряд	1,25	1,75	2,25	2,75	3,5	4,5	5,5	7	9	

Приймаємо стандартний нормальний модуль  $m_n = 1,5$  мм

3 Приймаємо кут нахилу зубів шевронної передачі  $\beta = 30^\circ$

4 Визначаємо число зубів коліс передачі та округлюємо до цілого числа

$$z_3 = \frac{2 \cdot a_w \cdot \cos \beta}{m_n(1 + u_\delta)} = \frac{2 \cdot 90 \cdot 0,86}{1,5(1 + 2,5)} = 30$$

$$z_4 = z_1 \cdot u_p = 30 \cdot 2,5 = 75$$

$$u_\phi = \frac{z_4}{z_3} = \frac{75}{30} = 2,5 = u_p$$

Перевіряємо відповідність передаточного числа редуктора фактичному

5 Визначаємо діаметри дільних кіл  $d_3$ ,  $d_4$  та уточнюємо міжцентрову

відстань  $a_w$

$$d_3 = \frac{m_n \cdot z_1}{\cos 30^\circ} = \frac{1,5 \cdot 30}{0,86} = 52,32 \text{ мм}$$

$$d_4 = \frac{m_n \cdot z_2}{\cos 30^\circ} = \frac{1,5 \cdot 75}{0,86} = 130,8 \text{ мм}$$

$$a_w = \frac{d_3 + d_4}{2} = \frac{52,32 + 130,8}{2} = 91,56 \text{ мм}$$

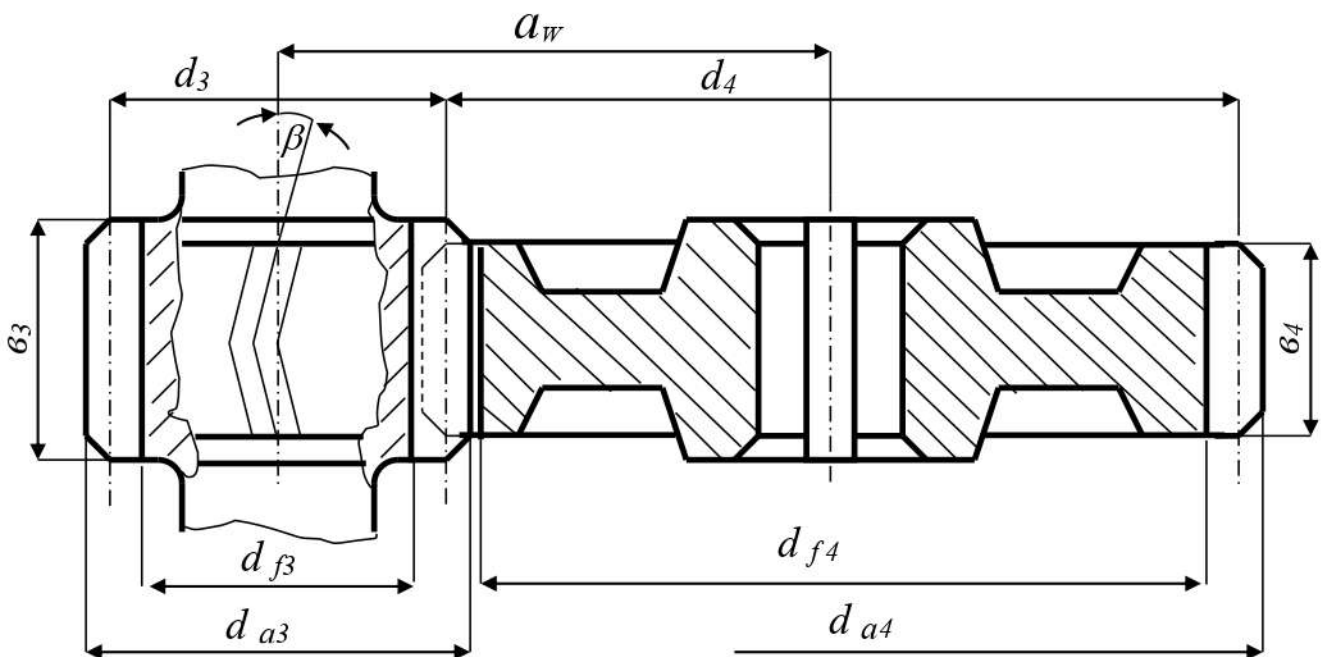


Рис. 20

6 Висота зубів  $h = h_a + h_f = m_n + 1,25m_n = 2,25m_n = 1,5 + 1,875 = 3,375$  мм

$$h_a = m_n = 1,5 \text{ мм}; \quad h_f = 1,25m_n = 1,25 \cdot 1,5 = 1,875 \text{ мм}$$

Діаметри кіл виступів  $d_{a3} = d_3 + 2 h_a = d_3 + 2m_n = 52,32 + 2 \cdot 1,5 = 55,32$  мм

$$d_{a4} = d_4 + 2 h_a = d_4 + 2m_n = 130,8 + 2 \cdot 1,5 = 133,8$$
 мм

Діаметри кіл западин  $d_{f3} = d_3 - 2 h_f = d_3 - 2,5m_n = 52,32 - 3,75 = 48,57$  мм

$$d_{f4} = d_4 - 2 h_f = d_4 - 2,5m_n = 130,8 - 3,75 = 127,05$$
 мм

Ширина венців коліс  $b_3 = b_4 + (2 \div 10) = 40 + 10 = 50$  мм

$$b_4 = \psi_{ea} \cdot a_w = 0,4 \cdot 91,56 = 40$$
 мм

Перевірка  $h = \frac{d_{a3} - d_{f4}}{2} = \frac{55,32 - 48,57}{2} = \frac{d_{a3} - d_{f4}}{2} = \frac{133,8 - 127,05}{2} = 3,375$  мм

Результати розрахунку параметрів передачі зводимо в таблицю

$a_w$	$d_3$	$d_4$	$b_3$	$b_4$	$h_a$	$d_{a3}$	$d_{a4}$	$h_f$	$d_{f3}$	$d_{f4}$
91,56	52,32	130,8	50	40	1,5	55,32	133,8	1,875	48,57	127,05

**Приклад 11.** Виконати ескізу компановку редуктора та визначити розміри його валів.

За результатами прикладів 9 і 10 визнаємо діаметри валів та виконуємо ескізу компановку циліндричного шевронного редуктора.

1 Визначаємо проектні розміри валів .

Діаметр ведучого та веденого валів редуктора приводу (рис. 19)

$$d_{e2} = \sqrt[3]{\frac{M_1 \cdot K}{0,2 \cdot [\tau]_K}} \quad d_{e3} = \sqrt[3]{\frac{M_2 \cdot K}{0,2 \cdot [\tau]_K}}$$

–  $M_1, M_2$ , обертальні моменти на ведучому та веденому валах редуктора,

Нм;  $[\tau]_K = 30$  МПа допустима дотична напруга кручення матеріалу валів;

–  $K = 1$  коефіцієнт навантаження.

$$d_{e2} \geq \sqrt[3]{\frac{72,99 \cdot 10^3 \cdot 1}{0,2 \cdot 30}} = 24$$
 мм  $d_{e3} \geq \sqrt[3]{\frac{172,89 \cdot 10^3 \cdot 1}{0,2 \cdot 30}} = 32$  мм

Приймаємо:

діаметр ведучого валу циліндричного шевронного редуктора  $d_{e2} = 25$  мм

діаметр веденого валу циліндричного шевронного редуктора  $d_{e3} = 35$  мм

2 Виконуємо ескізу компановку циліндричного шевронного редуктора на міліметровому папері формату А3 або А4 у послідовності:

\* на міліметровці формату А3 з рамкою 20x5x5x5 і штампом форми 2а основного напису ГОСТ 2. 104 – 95 ЄСКД відкладаємо основний параметр

$a_w$  та проводимо штрих-пунктирні лінії (рис. 20),

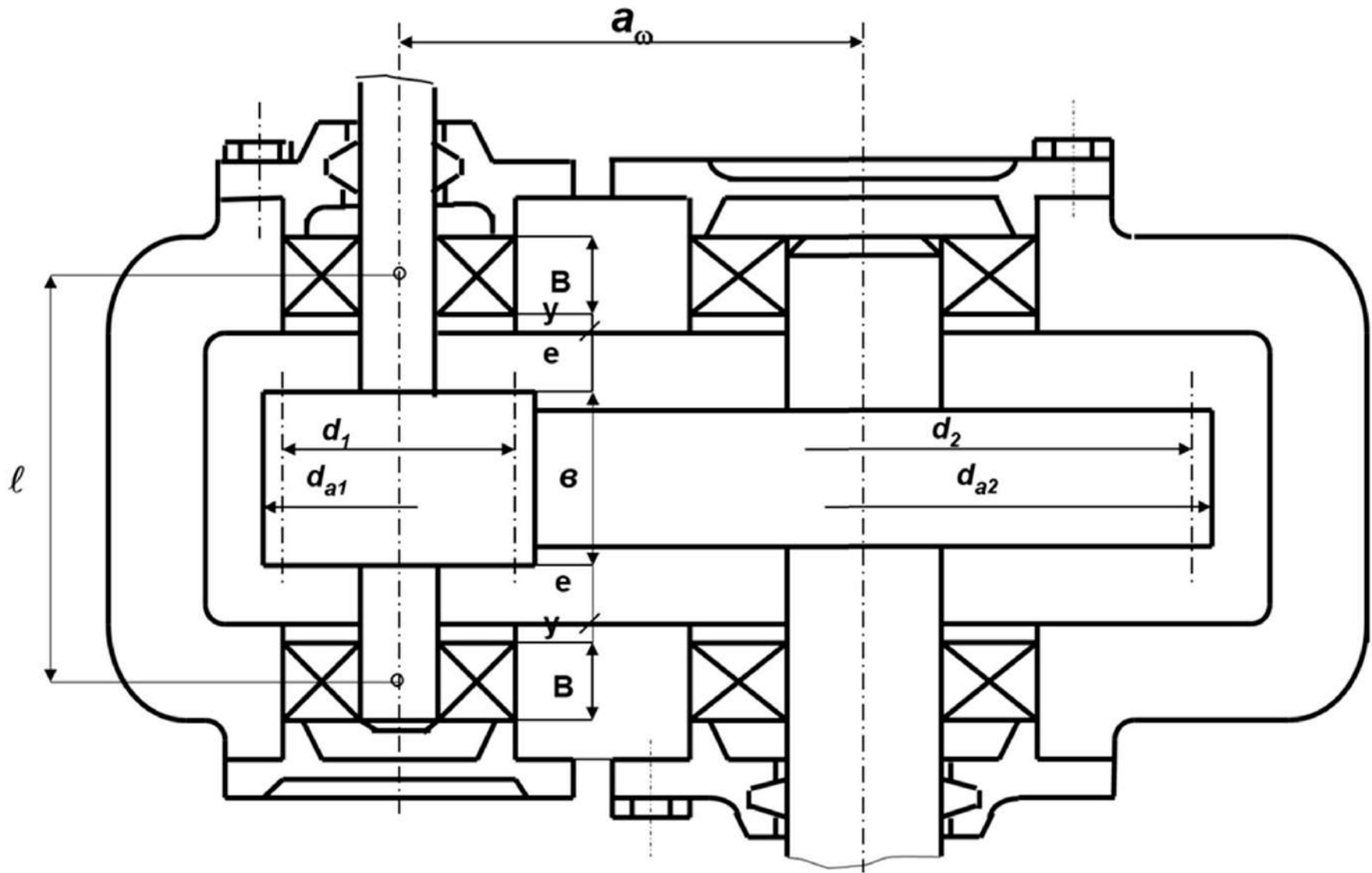
\* відносно штрих-пунктирних ліній відкладаємо діаметри ділильних кіл коліс

$$d_3 \text{ і } d_4 \left( a_w = \frac{d_3 + d_4}{2} \right),$$

\* на рівні діаметрів ділильних кіл  $d_3$  і  $d_4$  відкладаємо ширину коліс  $b_3$  і  $b_4$ ,

\* від діаметрів ділильних кіл  $d_3$  і  $d_4$  відкладаємо з обох сторін коліс висоту головки зубів  $h_a$  і окреслюємо контурною лінією габарит коліс по діаметрам

виступів  $d_{a3}, d_{a4}$ ,



Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата

Арк.

\* від діаметрів ділительних кіл  $d_3$  і  $d_4$  відкладаємо з обох сторін коліс висоту ніжки зуба  $hf$  і діаметри западин  $d_{f3}$ ,  $d_{f4}$  креслимо тонкою суцільною лінією,

\* одержану зубчасту пару коліс насаджуємо на вали приводу (рис.19)  $d_{\epsilon 2}$  і  $d_{\epsilon 3}$  ШЛЯХОМ відкладання діаметрів відносно центрів коліс, наведення їх контурною лінією та умовне відтворення підшипників,

\* вміщуємо зубчасту передачу у основу корпусу так, щоб відстань між передачею і внутрішньою стінкою була 10 мм,

\* основа і кришка корпусу стягується болтами, що передбачається фланцем по периметру корпусу 15 мм.

Ескізна компоновка виконується по розрахунковим розмірам рис. 21.

**Приклад 12** (Рис. 22) За результатами першої, другої задачі і третьої задачі підібрати підшипники на вал редуктора з перевіркою на довговічність

а) Силовий розрахунок шевронної передачі редуктора (рис. 19)

$$\text{Окружна} \quad F_{t3} = F_{t4} = \frac{2M_3}{d_4} = \frac{2 \cdot 172,89 \cdot 10^3}{130,8} = 2643,6H$$

$$\text{Радіальна} \quad F_{r3} = F_{r4} = \frac{F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\cos \beta} = \frac{2643,6 \cdot 0,364}{0,86} = 1118,9H$$

$$\text{Осьова} \quad F_{a3} = F_{a4} = F_t \cdot \operatorname{tg} \beta = 2643,6 \cdot 0,5774 = 1526,4H$$

Осьова сила шевронної передачі само знищується завдяки зустрічному нахилу зубів ( $\beta = 30^\circ$ ;  $\cos 30^\circ = 0,86$ ;  $\operatorname{tg} 30^\circ = 0,5774$ ).

б) Визначаємо навантаження на ведений вал редуктора та реакції опор

Визначаємо реакції опор від сил, що діють в вертикальній площині:

$$\begin{cases} \sum M_A(F_i) = 0 \\ \sum M_B(F_i) = 0 \end{cases} \begin{cases} F_r \frac{\ell}{2} + F_a \frac{d_2}{2} - R_{BY} \ell = 0 \\ R_{AY} \ell + F_a \frac{d_2}{2} - F_r \frac{\ell}{2} = 0 \end{cases}$$

$$F_a = 0; \quad \ell = \epsilon_3 + 2 \cdot 10 + 8 = 50 + 20 + 8 = 78 \text{ мм};$$

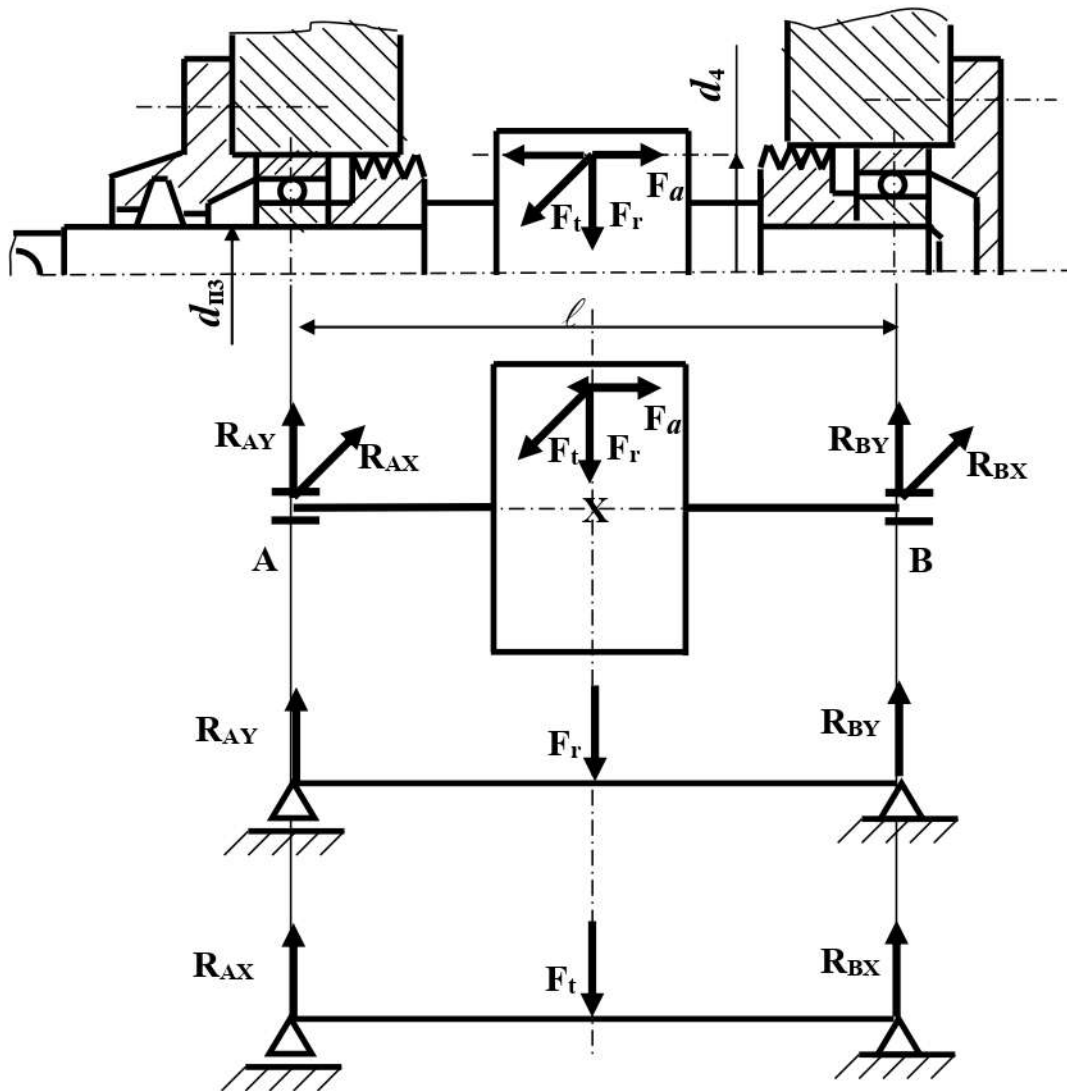
$$R_{BY} = R_{AY} = \frac{F_r \frac{\ell}{2}}{\ell} = \frac{1118,9 \cdot \frac{78}{2}}{78} = 559,45 [H]$$

Визначаємо реакції опор від сили  $F_t$ , що діє в горизонтальній площині:

$$\begin{cases} \sum M_A(F_i) = 0 \\ \sum M_B(F_i) = 0 \end{cases} \begin{cases} F_t \frac{\ell}{2} - R_{BX} \ell = 0 \\ R_{AX} \ell - F_t \frac{\ell}{2} = 0 \end{cases} \quad R_{AX} = R_{BX} = \frac{F_t \frac{\ell}{2}}{\ell} = \frac{2643,6 \cdot \frac{78}{2}}{78} = 1321,8 [H]$$

$$\text{Реакції опор А, В:} \quad R_A = \sqrt{(R_{AX})^2 + (R_{AY})^2} = \sqrt{(1321,8)^2 + (559,45)^2} = 1435,32 [H]$$

$$R_B = \sqrt{(R_{BX})^2 + (R_{BY})^2} = \sqrt{(1321,8)^2 + (559,45)^2} = 1435,32 [H]$$



Розрахункова схема веденого валу редуктора

Рис. 22

Висновок. Опора А та опора В на веденому валу циліндричного шевронного редуктора навантажені однаково.

в) Діаметр веденого валу редуктора  $d_{e3} = 35\text{мм}$ , вибираємо універсальний шарикопідшипник легкої серії 208 ГОСТ 8338 –75 посадкового діаметру

$$d_{пз} = 40 \text{ мм}$$

Шевронний редуктор  $F_a = 0$ . Відношення  $\frac{F_a}{C_0} = 0$ , тобто  $X = 1$ ,  $Y = 0$ .

Визначаємо еквівалентне динамічне навантаження підшипника :

$$P_{екв} = (R_B X + F_a Y) K_T \cdot K_\sigma = 1435,32 \cdot 1 \cdot 1,3 = 1621,9 \text{ [H]} = 1,622 \text{ [кН]}$$

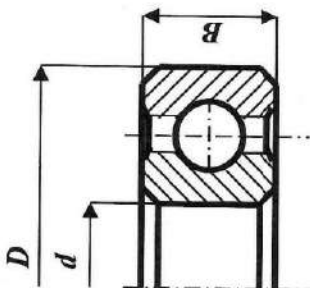
$$L_h = \frac{10^6}{572,4 \cdot \omega_3} \left( \frac{C}{P_{екв}} \right)^3 = \frac{10^6}{572,4 \cdot 17,97} \cdot \left( \frac{25,1}{1,622} \right)^3 = 360,265 \cdot 10^3 \text{ [год.]}$$

Висновок. Довговічність вибраного шарикопідшипника 208 задовольняє умову довготривалої роботи редуктора, так як передбачена ГОСТ 16162–85 необхідна довговічність для зубчастих редукторів  $L_h \geq 10\ 000$  год.



# Технічна характеристика шарикопідшипників радіальних однорядних ГОСТ 8338 –75

Числове значення коефіцієнтів  $e, X, Y$



$F_a/C_0$	$e$	$Y$
0,014	0,19	2,30
0,028	0,22	1,99
0,056	0,26	1,71
0,084	0,28	1,55
0,11	0,30	1,45
0,17	0,34	1,31
0,28	0,38	1,15
0,42	0,42	1,04
0,56	0,44	1,00

При  $\frac{F_a}{F_r} \leq e$ ;  $X = 1,0$   
 $Y = 0$

При  $\frac{F_a}{F_r} > e$ ;  $X = 0,56$   
 $Y$  див. в таблиці

Умовні позначення підшипника	Розміри, мм			Умовні позначення підшипника	Статична вантажопід'ємність $C_0$ , кН	Динамічна вантажопід'ємність $C$ , кН	Динамічна вантажопід'ємність $S$ , кН	Статична вантажопід'ємність $C_0$ , кН
	$d$	$D$	$B$					
Легка серія 200								
204	20	47	14	211	6,18	9,81	33,3	25,0
205	25	52	15	212	6,95	10,8	40,3	30,9
206	30	62	16	213	10,00	15,0	44,0	34,0
207	35	72	17	214	13,60	19,7	47,9	37,4
208	40	80	18	215	17,80	25,1	50,9	41,1
209	45	85	19	216	17,80	25,2	55,9	44,5
210	50	90	20	216	19,70	27,0		
Середня серія 300								
304	20	52	15	311	7,79	12,3	54,9	41,8
305	25	62	17	312	11,40	17,3	62,9	48,4
306	30	72	19	313	14,80	21,6	71,3	55,6
307	35	80	21	314	17,60	25,7	80,1	63,3
308	40	90	23	315	22,30	31,3	87,3	71,4
309	45	100	25	316	26,20	37,1	94,6	80,1
310	50	101	27	316	35,60	47,6		
Важка серія 400								
405	25	80	21	411	20,4	28,6	77,2	62,5
406	30	90	23	412	26,7	36,5	83,9	70,0
407	35	100	25	413	31,3	42,8	90,8	78,1
408	40	110	27	414	36,3	49,3	111,0	105,0
409	45	120	29	415	45,5	59,2	117,0	115,0
410	50	130	31	416	53,0	67,2	126,0	125,0

**Приклад 13** За результатами першої, другої задач і третьої задач підібрати пружну втулкову пальцеву муфту з перевіркою на міцність пальців (сталь 45,  $[\sigma_{зг}] = 85$  МПа) і резинової втулки ( $[\sigma_{зм}] = 2,0$  МПа) для веденого валу редуктора

Підбираємо муфту МПВП-6-250-32-1-35-4 УЗ ГОСТ 21424-93 по діаметру валу  $d_{вз} = 32$  мм з характеристикою:

Найбільший момент  $[M_p] = 250$  Нм;

Зовнішній діаметр муфти  $D = 140$  мм.

Розрахунковий момент

$$M_p = K \cdot M_3 = 1,3 \cdot 172,89 = 224,76 \text{ Нм,}$$

де  $K = 1,3$  – коефіцієнт запасу зчеплення.

Діаметр кола розташування пальців

$$D_1 = (0,7-0,8)D = (0,7-0,8)140 = 100 \text{ мм.}$$

Навантаження на один палець

$$(z=6) F = \frac{2M_p}{zD_1} = \frac{2 \cdot 224,76}{6 \cdot 100 \cdot 10^{-3}} = 749,2 \text{ Н.}$$

Максимальна напруга згину пальця

( $l_{II} = 33$  мм,  $d_{II} = 14$  мм)

$$\sigma_{зг} = \frac{F \cdot 0,5 \cdot l_{II}}{0,1 \cdot d_{II}^3} = \frac{749,2 \cdot 0,5 \cdot 33 \cdot 10^{-3}}{0,1 \cdot 14^3 \cdot 10^{-9}} = 45 \cdot 10^6 \text{ Па} = 45 \text{ МПа}$$

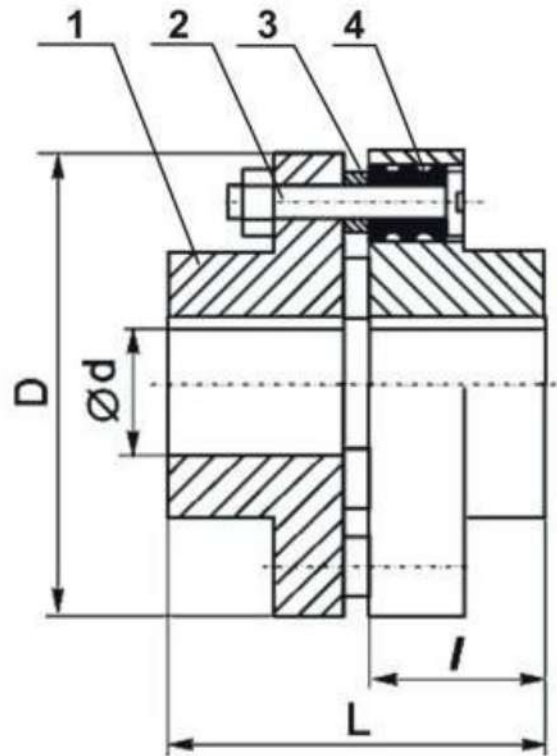


Рис. 23

Міцність сталевих пальців забезпечена  $\sigma_{зг} < [\sigma_{зг}]$ ;  $45 \text{ МПа} < 85 \text{ МПа}$ .

Напруга зминання поверхні отвору резинової втулки ( $l_B = 28$  мм)

$$\sigma_{зм} = \frac{F}{l_B \cdot d_{II}} = \frac{749,2}{28 \cdot 10^{-3} \cdot 14 \cdot 10^{-3}} = 1,9 \cdot 10^6 \text{ Па} = 1,9 \text{ МПа}$$

Міцність резинових втулок забезпечена

$$\sigma_{зм} < [\sigma_{зм}]; \quad 1,9 \text{ МПа} < 2,0 \text{ МПа.}$$

**Висновок.** Вибрана муфта МПВП-6-250-32-1-35-4 УЗ ГОСТ 21424-93

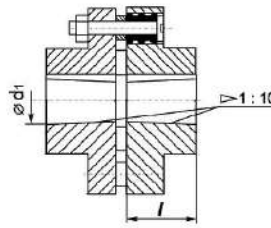
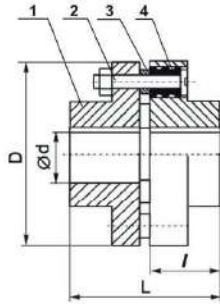
за обертальним моментом і діаметром веденого валу редуктора відповідає умові міцності згину сталевих пальців та умові зминання резинової втулки.

# Муфта пружна втулкова пальцева ГОСТ 21424-93

Габаритні і приєднувальні розміри муфти МПВП

з полу-муфтами виконання 1, 2

з полу-муфтами виконання 3, 4



1 – полу-муфта; 2 – палець; 3 – втулка розпірна; 4 – втулка пружна.

## Технічні характеристики муфт МПВП ГОСТ-21424-93

Номер муфты	Номинальный крутящий момент $M_k$ , Нм	d Н8, мм	D, мм	L, мм, для исполнения				l, h14, мм, для исполнения				Частота вращения, $\omega$ , сек <sup>-1</sup>	Масса, кг	
				1	2	3	4	1	2	3	4			
МПВП-3	31,5	16	90	84	60	84	60	40	28	30	18	106	1,52	
		18											1,40	
		19											1,38	
МПВП-4	63,0	20	100	104	76	104	76	50	36	38	24	95	2,02	
		22											2,04	
		24											1,96	
МПВП-5	125,0	25	120	125	89	125	89	60	42	44	26	77	3,97	
		28											4,13	
		30											4,37	
МПВП-6	250,0	32	140	165	121	165	121	80	58	60	38	63	5,91	
		35											6,21	
		36											6,25	
		38		6,28	63	63	63	63	63	63	63	63	63	6,63
		40		6,86										
		42		6,80										
		45		6,80										
МПВП-7	500,0	40	170	225	169	225	169	110	82	85	56	60	11,75	
		42											12,10	
		45											12,60	
МПВП-8	710,0	45	190	226	170	226	170	110	82	85	56	50	14,31	
		48											14,70	
		50											15,21	
		55											15,34	
		56											15,22	
МПВП-9	1000,0	50	220	286	216	286	216	140	105	107	72	48	18,87	
		55											19,91	
		56											19,75	
		60											21,93	
		63											26,09	
		65											28,65	
70	29,81													

**Призначення:** Муфти загальномашинобудівного використання для з'єднання соосних валів при передачі крутного моменту від 6,3 до 16000 Нм і зменшення динамічних навантажень при кутових, радіальних і осевих зміщеннях валів. Параметри і розміри муфт відповідають ГОСТ 21424-93 Муфта пружна втулково-пальцева.

**Приклад позначення:** Муфта пружна втулково-пальцева МПВП-7-500-40-1-45-4 У3: муфта пружна втулково-пальцева з номінальним крутним моментом 500 Нм, одна втулка с діаметром посадочного отвору 40 мм, виконання 1, друга – діаметром 45 мм, виконання 4, кліматичним виконанням У і категорією розміщення 3.

## 7 Завдання до контрольної роботи №2

Варіант контрольного завдання визначається двома останніми цифрами особистої справи студента.

**Задача 1** (Рис. 24, табл. 10) Привод складається з електродвигуна потужністю  $P_{\text{дв}}$ , кВт, з частотою обертання  $n_{\text{дв}}$ , об/хв., редуктора з передаточним числом  $i_{\text{р}}$  і передачі (ланцюгової або пасової). Визначити: передаточні числа приводу і ступенів; кутові швидкості валів; коефіцієнти корисної дії приводу і ступенів; обертаючі моменти на валах.

Прийняти значення коефіцієнтів корисної дії:

підшипників кочення  $\eta_{\text{п.к.}} = 0,99$ ; ланцюгової передачі  $\eta_{\text{л.п.}} = 0,95$ ;

пасової передачі  $\eta_{\text{п.п.}} = 0,96$ ; зубчастої передачі  $\eta_{\text{з.п.}} = 0,97$ .

**Задача 2** Залежно від варіанту за даними першої задачі розрахувати основні параметри зубчастої нереверсивної передачі.

Прийняти середню допустиму контактну напругу матеріалів зубчастих коліс  $[\sigma_{\text{H}}] = 600$  МПа.

**Задача 3** За результатами першої і другої задач визначити розміри валів та виконати ескізу компоновку редуктора.

**Задача 4** За результатами першої, другої задач і третьої задач підібрати підшипники на ведений вал редуктора з перевіркою на довговічність та підібрати пружну втулково-пальцеву муфту з перевіркою на міцність пальців (сталь 45,  $[\sigma_{\text{зг}}] = 85$  МПа) і резинової втулки  $[\sigma_{\text{зм}}] = (1,8-2,0$  МПа)

Таблиця 10

Варіант			Схема	Потужність двигуна $P_{\text{дв}}$ , кВт	Частота оберту двигуна $n_{\text{дв}}$ , об/хв	Передаточне число редуктора $i_{\text{р}}$	Варіант			Схема	Потужність двигуна $P_{\text{дв}}$ , кВт	Частота оберту двигуна $n_{\text{дв}}$ , об/хв	Передаточне число редуктора $i_{\text{р}}$
01	35	69	1	3,5	955	2,5	18	52	86	8	1,6	980	1,25
02	36	70	2	2,2	970	4	19	53	87	9	2	710	2
03	37	71	3	4,6	980	2,5	20	54	88	10	2,8	720	3
04	38	72	4	2,3	750	3	21	55	89	1	1,4	780	4
05	39	73	5	3,4	970	4	22	56	90	2	2	970	2,5
06	40	74	6	1,4	720	1,6	23	57	91	3	3,9	955	4
07	41	75	7	2,5	710	4	24	58	92	4	1,5	980	2,8
08	42	76	8	0,8	935	1,25	25	59	93	5	1,6	970	2,5
09	43	77	9	2,4	970	1,6	26	60	94	6	3,7	970	3
10	44	78	10	2,6	980	3	27	61	95	7	1,2	710	1,25
11	45	79	1	1,1	970	2	28	62	96	8	3,5	970	2,5
12	46	80	2	1,9	1440	1,5	29	63	97	9	2,2	1440	4
13	47	81	3	1,2	720	2,5	30	64	98	10	4,6	720	2,5
14	48	82	4	3,8	710	2	31	65	99	1	2,3	710	3
15	49	83	5	1,2	1000	3	32	66	00	2	3,4	1000	4
16	50	84	6	1,6	710	1,6	33	67		3	1,4	710	1,6
17	51	85	7	1,6	720	2	34	68		4	2,5	720	4



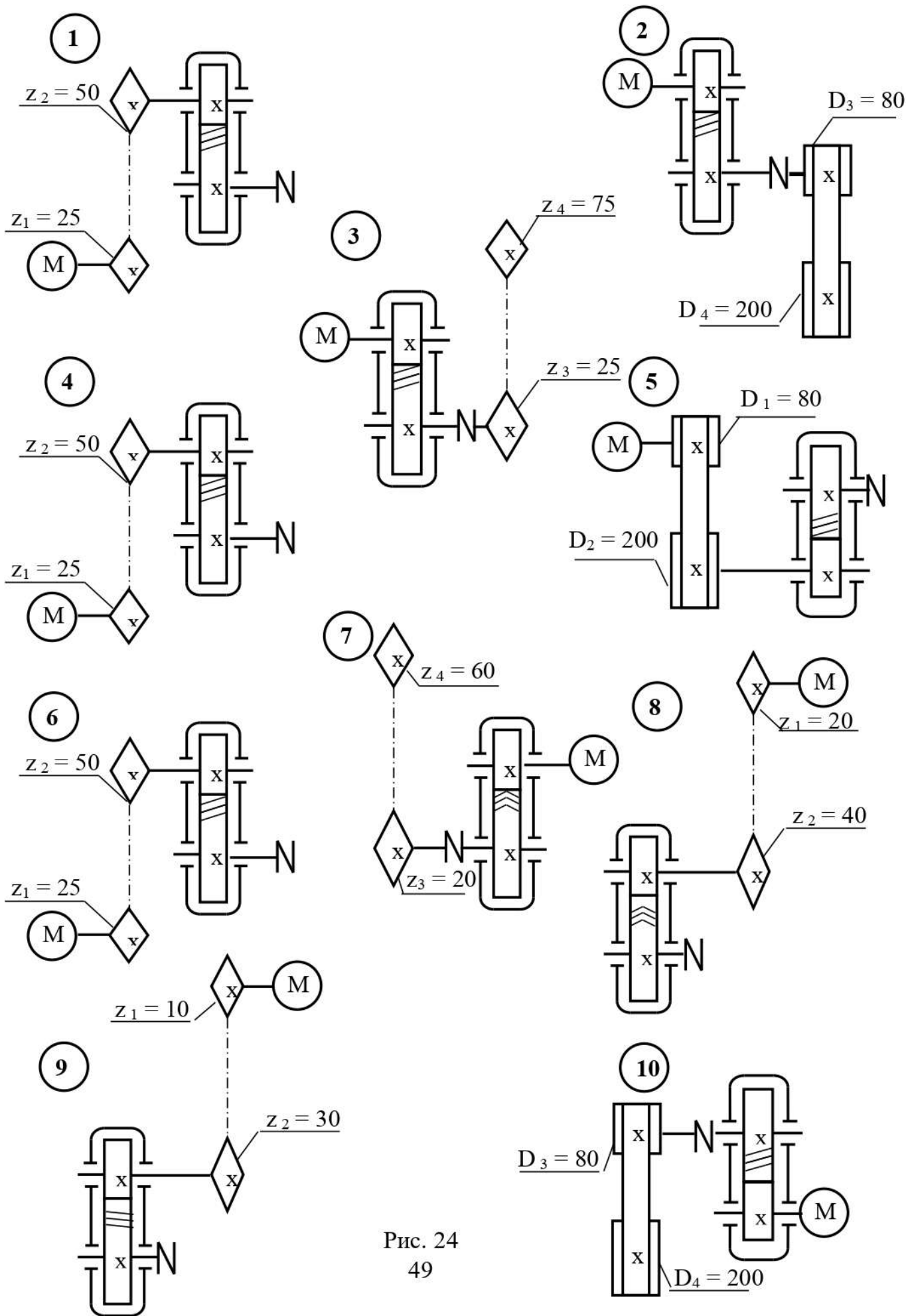


Рис. 24  
49

## РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

- 1 Ердеді О.О. Технічна механіка /О.О.Ердеді, Ш.В. Анікін, Ю.О. Медведєв, О.С.Чуйков. – Київ: Вища школа. 1983.
1. Мовнин М.С. Основы технической механики /М.С. Мовнин, А.Б. Израэлит, А.Г. Рубашкин. – Ленинград: Машиностроение, 1990.
2. Мовнин М.С. Руководство к решению задач по технической механике /М.С. Мовнин, А.Б. Израэлит, А.Г. Рубашкин. – Москва: Высшая школа, 1977.
3. Народецкая М.Э. Техническая механика и детали машин и приборов /М.Э. Народецкая, Б.А. Торбан, А.И. Аркуша. – Москва: Машиностроение, 1982.
4. Багреев В.В. Сборник задач по технической механике /В.В. Багреев. – Ленинград: Судостроение, 1988.

### *Інформаційні ресурси*

- 1 Теоретична механіка. [library.nuft.edu.ua/ebook/file/30.04.pdf](http://library.nuft.edu.ua/ebook/file/30.04.pdf)
- 2 Опір матеріалів. [sopromat.org.ua/sopromat\\_files/PDF/.../1Vvedennya.pdf](http://sopromat.org.ua/sopromat_files/PDF/.../1Vvedennya.pdf)
- 3 Опір матеріалів. [ompm.vntu.edu.ua/pdf/books/OgorGrushkoPoberegny\\_OM\\_RGR1.pdf](http://ompm.vntu.edu.ua/pdf/books/OgorGrushkoPoberegny_OM_RGR1.pdf)
- 4 Деталі машин. [elartu.tntu.edu.ua/bitstream/123456789/17744/1/a4.PDF](http://elartu.tntu.edu.ua/bitstream/123456789/17744/1/a4.PDF)